

# Série 6 Synthèse

**1** Calcule et écris le résultat sous la forme d'une fraction la plus simple possible.

$$A = \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$A = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$$

$$B = \frac{1 - 5^2}{(1 - 5)^2}$$

$$B = \frac{1 - 25}{(-4)^2} = \frac{-24}{16} = \frac{-3}{2}$$

$$C = \frac{5^2}{-3}$$

$$C = \frac{25}{-3} = -\frac{25}{3}$$

$$D = \frac{(-5)^2}{(-2)^3}$$

$$D = \frac{25}{-8} = -\frac{25}{8}$$

**2** Calcule en respectant les priorités opératoires.

$$E = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) \times \frac{16}{9}$$

$$E = \left(\frac{2}{4} - \frac{3}{4}\right) \times \frac{16}{9}$$

$$E = -\frac{1}{4} \times \frac{4 \times 4}{9}$$

$$E = -\frac{4}{9}$$

$$F = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \times \frac{16}{9}$$

$$F = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \times \frac{4 \times 4}{3 \times 3}$$

$$F = \frac{1}{2} - \frac{4}{3}$$

$$F = \frac{3}{6} - \frac{8}{6}$$

$$F = -\frac{5}{6}$$

$$G = \frac{1}{5} - \frac{3}{10} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$$

$$G = \frac{1}{5} - \frac{3}{10} \times \frac{1}{3 \times 2} + \frac{1}{2}$$

$$G = \frac{1}{5} - \frac{1}{20} + \frac{1}{2}$$

$$G = \frac{4}{20} - \frac{1}{20} + \frac{10}{20}$$

$$G = \frac{13}{20}$$

$$H = \left(\frac{1}{5} - \frac{3}{10}\right) \times \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right)$$

$$H = \left(\frac{2}{10} - \frac{3}{10}\right) \times \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{6}\right)$$

$$H = -\frac{1}{10} \times \frac{4}{6}$$

$$H = -\frac{1}{2 \times 5} \times \frac{2}{3}$$

$$H = -\frac{1}{15}$$

**3** Complète le carré magique (pour l'addition).

$\frac{20}{7}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{15}{7}$
$\frac{15}{14}$	$\frac{25}{14}$	$\frac{35}{14}$
$\frac{10}{7}$	$\frac{45}{14}$	$\frac{5}{7}$

**4** Traduis chaque phrase puis effectue le calcul.

**a.** Le tiers du double du sixième du quart de 150.

$$A = \frac{1}{3} \times 2 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{4} \times 150$$

$$A = \frac{1 \times 2 \times 1 \times 1 \times 150}{3 \times 6 \times 4}$$

$$A = \frac{2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 5}{3 \times 6 \times 2 \times 2}$$

$$A = \frac{25}{6}$$

**b.** Les trois quarts du sixième du triple du cinquième de 210.

$$B = \frac{3}{4} \times \frac{1}{6} \times 3 \times \frac{1}{5} \times 210$$

$$B = \frac{3 \times 1 \times 3 \times 1 \times 210}{4 \times 6 \times 5}$$

$$B = \frac{3 \times 3 \times 5 \times 6 \times 7}{4 \times 6 \times 5}$$

$$B = \frac{63}{4}$$

**5** Au collège du Lagon, 180 élèves ont été présents aux épreuves du brevet des collèges.

**a.** Les trois quarts ont été orientés en classe de seconde.

Combien d'entre eux peuvent prétendre aller en seconde ?

$$\frac{3}{4} \times 180 = 135$$

135 élèves peuvent prétendre aller en seconde.

**b.** Parmi ces derniers, 80 % d'entre eux ont été reçus à l'examen.

Combien d'élèves admis en seconde ont échoué au brevet ?

100% - 80% = 20% ont échoué au brevet.

$$\frac{20}{100} \times 135 = 27$$

27 élèves admis en seconde ont échoué au brevet.

**6** Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées et une seule est exacte.

Entoure la bonne réponse.

	A	B	C
<b>a.</b> $\frac{6+3}{7+3}$ est égal à :	$\frac{6}{7}$	$\frac{6}{7} + 1$	$\frac{9}{10}$
<b>b.</b> $\frac{3}{2} + \frac{7}{5}$ est égal à :	$\frac{10}{7}$	$\frac{10}{10}$	$\frac{29}{10}$
<b>c.</b> $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$ est égal à :	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	1
<b>d.</b> $-\frac{3}{7} + \frac{5}{6}$ est :	$> 0$	$< 0$	nul
<b>e.</b> $\left(\frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{4}$ est égal à :	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{16}$
<b>f.</b> $\frac{3}{4} - \frac{5}{4} \times \frac{1}{2}$ est égal à :	$-\frac{2}{4}$	$-\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$
<b>g.</b> $\frac{3}{2} + \frac{11}{5} \times \frac{15}{2}$ est égal à :	$\frac{111}{4}$	18	$\frac{35}{2}$
<b>h.</b> $\left(\frac{3}{14} - \frac{2}{7}\right) \times \frac{1}{2}$ est égal à :	$-\frac{1}{28}$	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{14}$

**7** Trois points A, B et C d'une droite graduée ont respectivement pour abscisse :  $\frac{1}{4}$  ;  $\frac{1}{3}$  et  $\frac{5}{12}$ .

Ces trois points sont-ils régulièrement espacés sur la droite graduée ?

Justifie.

On a  $\frac{1}{4} < \frac{1}{3} < \frac{5}{12}$  d'où :

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1 \times 4}{3 \times 4} - \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{5}{12} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12} - \frac{1 \times 4}{3 \times 4} = \frac{5}{12} - \frac{4}{12} = \frac{1}{12}$$

Comme les différences entre deux abscisses consécutives sont égales, alors les points sont régulièrement espacés sur la droite graduée.

**8** Entre 1890 et 1990, la population d'un village a triplé. Puis entre 1990 et 2010, elle a perdu un tiers de ses habitants.

La population a-t-elle augmenté ou diminué entre 1890 et 2010.

En quelle proportion ?

Entre 1890 et 1990, la population du village a été multipliée par 3.

Entre 1990 et 2010, la population du village a été multipliée par  $\frac{2}{3}$ .

Donc, entre 1890 et 2010, la population du village a été multipliée par  $3 \times \frac{2}{3}$ , c'est-à-dire par 2.

Entre 1890 et 2010, la population du village a donc doublé.

**9** ABCD est un rectangle de 8 cm de long sur 6 cm de large.

**a.** Quelle est l'aire de ce rectangle ?

$$\text{Aire (ABCD)} = 8 \text{ cm} \times 6 \text{ cm} = 48 \text{ cm}^2.$$

**b.** On considère un rectangle EFGH de longueur les cinq huitièmes de celle de ABCD et de largeur le tiers de celle de ABCD. Exprime l'aire de EFGH en fonction de celle de ABCD puis calcule-la.

$$\text{Aire (EFGH)} = \left( \frac{5}{8} \times \frac{1}{3} \right) \times \text{Aire (ABCD)}$$

$$\text{Aire (EFGH)} = \frac{5}{24} \times \text{Aire (ABCD)}$$

$$\text{Aire (EFGH)} = \frac{5}{24} \times \text{Aire (ABCD)} = 10 \text{ cm}^2$$

**10** Le train Marseille-Lille part de la gare de Marseille avec 800 passagers.

Un quart d'entre eux sont en 1<sup>re</sup> classe et le reste en 2<sup>e</sup> classe.

Les trois huitièmes des passagers de la 1<sup>re</sup> classe et le sixième des passagers de la 2<sup>e</sup> classe descendent en gare de Lyon.

**a.** Au départ de Marseille, quel est le nombre de passagers en 1<sup>re</sup> classe ? en 2<sup>e</sup> classe ?

$$N_{1M} = \frac{1}{4} \times 800 = 200, \text{ 200 passagers sont en 1}^{\text{re}}.$$

$$N_{2M} = 800 - 200 = 600, \text{ 600 passagers sont en 2}^{\text{e}}.$$

**b.** Déduis-en le nombre de personnes de 1<sup>re</sup> classe, puis de 2<sup>e</sup> classe, descendant gare de Lyon.

$$N_{1L} = \frac{3}{8} \times 200 = 75, \text{ 75 passagers sont en 1}^{\text{re}}.$$

$$N_{2L} = \frac{1}{6} \times 600 = 100, \text{ 100 passagers sont en 2}^{\text{e}}.$$

**c.** Exprime alors à l'aide d'une fraction simplifiée la proportion des passagers de 1<sup>re</sup> classe puis la proportion de ceux de 2<sup>e</sup> classe descendant en gare de Lyon par rapport au total des voyageurs.

$$P_{1L} = \frac{75}{800} = \frac{3}{32}$$

$\frac{3}{32}$  des passagers sont en 1<sup>re</sup>.

$$P_{2L} = \frac{100}{800} = \frac{1}{8}$$

$\frac{1}{8}$  des passagers sont en 2<sup>e</sup>.

**d.** Retrouve les résultats de la question **c.** à l'aide de produits de fractions.

$$\text{Pour la 1}^{\text{re}} \text{ classe : } P_{1L} = \frac{3}{8} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{32}$$

$$\text{Pour la 2}^{\text{e}} \text{ classe : } P_{2L} = \frac{1}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{8}$$

**11** Des enfants sont réunis pour manger un gâteau. Les parents ont coupé ce gâteau en quatre parts égales. Asma prend une part. Béa prend le tiers d'une part. Cédric, se croyant le dernier, prend une part et demie.

**a.** Reste-t-il encore de quoi faire une part ?

$$\text{Asma prend } \frac{1}{4} \quad \text{Béa prend } \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

$$\text{Cédric prend } \frac{1,5}{4} \quad \text{En tout cela fait :}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1,5}{4} = \frac{3}{12} + \frac{1}{12} + \frac{4,5}{12} = \frac{8,5}{12} = \frac{17}{24}$$

il reste  $\frac{7}{24} = \frac{6+1}{24} = \frac{1}{4} + \frac{1}{24}$  Il reste plus d'une part.

**b.** Dilma, arrivée en retard, prend la moitié du reste. Ce qui reste alors du gâteau est partagé équitablement entre les quatre enfants.

Quelle portion du gâteau de départ chacun a-t-il reçue ?

$$\text{Il restait } \frac{7}{24} \quad \text{Dilma prend } \frac{7}{24} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{48}$$

Il reste donc  $\frac{7}{48}$  du gâteau.

$$\text{Partagé en 4 cela donne } \frac{7}{48} \times \frac{1}{4} = \frac{7}{192}$$

$$\text{Asma a pris } \frac{1}{4} + \frac{7}{192} = \frac{48}{192} + \frac{7}{192} = \frac{55}{192}$$

$$\text{Béa a pris } \frac{1}{12} + \frac{7}{192} = \frac{16}{192} + \frac{7}{192} = \frac{23}{192}$$

$$\text{Cédric a pris } \frac{1,5}{4} + \frac{7}{192} = \frac{72}{192} + \frac{7}{192} = \frac{79}{192}$$

$$\text{Dilma a pris } \frac{7}{48} + \frac{7}{192} = \frac{28}{192} + \frac{7}{192} = \frac{35}{192}$$