

## Réduire- Développer- Factoriser

Fiche d'exercices 3èmes

- 24** Dans chacun des cas suivants, donner une écriture la plus simple possible.

$$A = -12x - 5x + 3x$$

$$B = 5a - 3b - 7a + 6b$$

$$C = z - 8z^2 + 3z - 9z^2$$

$$D = 4ab - 16ab + 7ab$$

- 25** Simplifier les écritures suivantes.

$$A = 7x - (2x + 3)$$

$$B = 3 - (8z - 5)$$

$$C = 12x - 1 - (-2 + 7x)$$

$$D = 2x^2 - (-3x^2 - 5)$$

- 27** Pour chaque expression ci-dessous, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient.

$$E = 3x - 5(7x + 8)$$

$$F = \frac{5z + 4}{8}$$

$$G = -4x + 9$$

$$H = (-8x - 3)(7x + 5)$$

- 30** Traduire chacune des phrases suivantes à l'aide d'une expression mathématique.

**a.** La somme du carré de  $x$  et du double de  $x$ .

**b.** Le produit du cube de  $w$  par la somme de 4 et de  $w$ .

**c.** La différence entre le triple de  $t$  et le quotient de  $t$  par 5.

**d.** Le produit de la somme de  $z$  et de 3 par la différence entre 10 et  $z$ .

**e.** Le quotient de la somme de  $x$  et de  $(-1)$  par la différence entre  $\frac{1}{2}$  et  $x$ .

**34** Recopier et compléter les égalités suivantes.

$$A = 7(2x + 5) = \dots + \dots$$

$$B = -5(\dots + 4) = -40x - \dots$$

$$C = 4(2x^2 - \dots) = \dots - 36$$

$$D = -3x(\dots - 7) = -12x^2 + \dots$$

**35** Recopier et compléter les égalités suivantes.

1.  $(x + 4)(x + 3) = x \times \dots + x \times \dots + 4 \times \dots + 4 \times \dots$

2.  $(2x + 5)(3x + 4) = 2x \times \dots + 2x \times \dots + 5 \times \dots + 5 \times \dots$

3.  $(x + 7)(x - 7) = x \times \dots + x \times (\dots) + 7 \times \dots + 7 \times (\dots)$

4.  $(2x + 4)(3x - 1) = 2x \times \dots + 2x \times (\dots) + 4 \times \dots + 4 \times (\dots)$

**37** Développer et réduire les expressions suivantes.

a.  $(x + 6)(x - 6)$

b.  $(3x + 2)(3x - 2)$

c.  $(5x - 4)(5x + 4)$

d.  $(6x - 5)(6x + 5)$

**43** Développer et réduire les expressions suivantes.

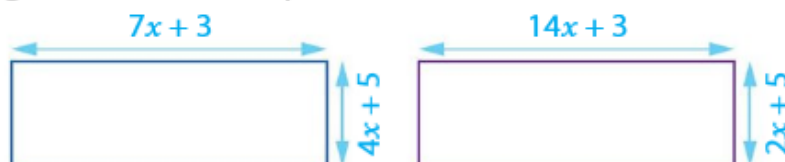
$$E = (x + 3)(x + 2)$$

$$F = (x + 4)(2x + 5)$$

$$G = (3x + 4)(2x + 1)$$

$$H = (5x + 4)(2x + 7)$$

**44** On considère les deux rectangles ci-dessous,  $x$  désignant un nombre positif.



1. Exprimer l'aire de chaque rectangle en fonction de  $x$  ; développer et réduire ces expressions.

2. Ces rectangles ont-ils la même aire quelle que soit la valeur de  $x$  ?

**45** Développer et réduire les expressions suivantes.

$$I = (x + 4)(x - 5)$$

$$J = (x + 8)(x - 3)$$

$$K = (3x + 4)(x - 7)$$

$$L = (8x - 2)(2x + 3)$$

**46** Développer et réduire les expressions suivantes.

$$M = (2x + 5)(3x + 7)$$

$$N = (3x - 1)(3x + 1)$$

$$O = (4x - 7)(4x + 5)$$

$$P = (3x + 9)(-4x - 1)$$

**47** Développer chaque produit, puis réduire les expressions obtenues si cela est possible.

$$Q = 3(x + 5) + (x + 9)(x - 9)$$

$$R = 4x + (2x + 7)(2x - 7)$$

$$S = (5x - 1)(5x + 1) - (3x - 4)$$

$$T = (4x - 8)(4x + 8) - 2x(x + 3)$$

- 55** Développer chaque produit, puis réduire les expressions obtenues.

$$K = (3x - 2)(4x + 5) + (6x - 7)^2$$

$$L = (5x + 2)(5x - 2) - 2 - 3x(x - 3)$$

$$M = (3 - 2x)^2 + (3x + 1)(4x - 3)$$

$$N = (4 + 6x)(7x - 3) + (2x - 3)(5x - 1)$$



### MODE EXPERT

- 57** 1.  $a$  et  $b$  désignent des nombres quelconques.  
Prouver que  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ .

Cette égalité est une  
identité remarquable.



2. Utiliser cette identité remarquable pour développer rapidement les expressions suivantes.

$$A = (x + 5)^2 \quad B = (x + 7)^2 \quad C = (3x + 8)^2$$

3. Calculer la valeur de  $A$ , de  $B$  et de  $C$  pour  $x = -2$ .

- 58** 1.  $a$  et  $b$  désignent des nombres quelconques.  
Prouver que  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ .

Cette égalité est une  
identité remarquable.



2. Utiliser cette identité remarquable pour développer rapidement les expressions suivantes.

$$A = (x - 4)^2 \quad B = (x - 9)^2 \quad C = (4x - 5)^2$$

3. Calculer la valeur de  $A$ , de  $B$  et de  $C$  pour  $x = \frac{1}{2}$ .

- 59** On considère l'expression suivante :

$$L = (4x + 3)^2 - (4x - 3)^2$$



Fais attention aux signes !



1. Développer chaque produit, puis réduire l'expression obtenue.

2. Calculer la valeur de  $L$  pour  $x = -\frac{1}{8}$ .

- 61** Parmi les expressions ci-dessous, quelles sont celles qui sont écrites sous forme factorisée ?

$$A = (3x + 2)(4x + 5)$$

$$B = 2x + (4x - 1)$$

$$C = (7x - 2) - (3x + 1)$$

$$D = -3(4x - 9)$$

- 63** Dans chaque expression, mettre en évidence un facteur commun à chaque terme.

$$\begin{array}{lll} A = 3x + 3y & B = 8b + 15b & C = 4a^2 - 3a \\ D = 6ax^2 + 3x^2 & E = -5ab + 15ab^2 & \end{array}$$

- 64** Écrire chaque nombre sous forme d'un carré.

$$4 \quad 25 \quad 36 \quad 9 \quad 121 \quad 100 \quad 0$$

- 65** Factoriser les expressions suivantes.

$$\begin{array}{ll} A = x^2 - 25 & B = a^2 - 49 \\ C = 4x^2 - 36 & D = 9x^2 - 121 \end{array}$$

- 67** Factoriser les expressions suivantes.

$$\begin{array}{ll} A = 4r + 4t & B = 7z - 9z \\ C = 3y^2 + y & D = 15x^2 - x \\ E = 6ab - 11b & F = 3x^2z - 7x \end{array}$$

- 68** Pour chaque expression, proposer deux factorisations.

$$\begin{array}{ll} G = 18x^2 - 45 & H = 28x^2 + 35x \\ I = 20ab + 4ac & J = 24xyz - 30xy \\ K = 7a^2b + 4ab^2 & L = -6x^3 + 15xy \end{array}$$

- 69** Factoriser les expressions suivantes.

$$\begin{array}{ll} M = y^2 - 36 & N = 48 - x^2 + 1 \\ O = 144t^2 - (30 - 5) & P = 81 - 4t^2 \\ Q = 121z^2 - 120 - 24 & R = 64y^2 - 9t^2 \end{array}$$

- 70** Factoriser les expressions suivantes.

$$\begin{array}{ll} S = z^2 - 19 & T = x^2 - 7 \\ U = 29 - t^2 & V = 4z^2 - 13 \\ W = 31 - 9t^2 & X = 33 - 81x^2 \end{array}$$

- 71** Calculer mentalement.

 a.  $41^2 - 39^2$   
b.  $56^2 - 44^2$   
c.  $29^2 - 21^2$

- 72** Factoriser les expressions suivantes.

$$\begin{array}{lll} A = x - 3x^2 & B = 25x^2 - 1 & C = 4xy - 9y^2 \\ D = 144x^2 - 5 & E = 11x^2 - 9 & \end{array}$$

- 73** Recopier et compléter les égalités suivantes.

a.  $49x^2 - \dots = (\dots + 4)(\dots - \dots)$   
b.  $\dots z^2 - 121 = (8z + \dots)(\dots - \dots)$   
c.  $\dots - \dots t^2 = (\dots - 4t)(6 + \dots)$   
d.  $13 - \dots = (\dots + \dots)(\dots - 9z)$



## MODE EXPERT

### 76 Factoriser les expressions suivantes.

$$A = (3x + 2)(x - 5) + (3x + 2)(2x + 1)$$

Ici le facteur commun est  $(3x + 2)$ .



$$B = (4x - 3)(2x + 5) + (4x - 3)(7x - 1)$$

$$C = (5x - 2)(6x + 1) + (5x - 2)(4x - 9)$$

### 77 Factoriser les expressions suivantes.

$$D = (-5x + 3)(2x - 7) - (4x - 1)(-5x + 3)$$

Fais attention aux signes !



$$E = (5x - 6)(7x + 3) - (5x - 6)(x - 4)$$

$$F = (3x - 10)(7x + 2) - (3x - 10)(5x - 1)$$

### 78 Programmes de calcul

Clara veut automatiser deux programmes de calcul qui s'exécuteront avec le même nombre de départ. Pour cela, elle crée deux lutins.

1. Le premier lutin effectue le programme de calcul n° 1 à l'aide du script ci-dessous.



Soit  $x$  le nombre choisi au départ. Exprimer le résultat du programme n° 1 en fonction de  $x$ .

2. Le programme de calcul n° 2 est donné ci-dessous.

- ▶ Choisir un nombre.
- ▶ Le multiplier par 2.
- ▶ Soustraire 5.
- ▶ Multiplier le résultat obtenu par la somme du nombre de départ et de 5.
- ▶ Soustraire le double du nombre de départ.

Réaliser le script que devra exécuter le second lutin pour effectuer ce programme de calcul n° 2. Il débutera par :



3. En exécutant ces scripts plusieurs fois, que peut-on conjecturer ?

4. Démontrer cette conjecture.

## 79 Entiers consécutifs

Voici deux programmes de calcul.



### Programme 1

- ▶ Choisir deux nombres entiers consécutifs.
- ▶ Calculer leur somme.

### Programme 2

- ▶ Choisir deux nombres entiers consécutifs.
- ▶ Calculer la différence entre le carré du plus grand et le carré du plus petit.

1. Dans un tableur, reproduire la feuille de calcul ci-dessous.

|   | A      | B               | C           | D           |
|---|--------|-----------------|-------------|-------------|
| 1 | Entier | Entier qui suit | Programme 1 | Programme 2 |
| 2 | 0      | 1               | 1           | 1           |
| 3 | 1      | 2               |             |             |
| 4 | 2      | 3               |             |             |
| 5 | 3      | 4               |             |             |

Quelles formules peut-on écrire en B2, C2 et D2 ?

2. Recopier ces formules vers le bas et comparer les résultats des deux programmes.
3. Exprimer les résultats observés sur le tableur à l'aide d'une égalité.
4. Démontrer que cette égalité est toujours vraie.
5. Écrire 159 comme différence des carrés de deux nombres entiers consécutifs.

Un club cycliste organise une course dans les Pyrénées. Pour déterminer le nombre de points à gagner au passage des ascensions, les organisateurs ont besoin de les classer suivant leur niveau de difficulté.

### Doc. 1 Indice de difficulté d'une ascension

Le club décide d'utiliser la méthode dite de la « cotation au carré de la pente moyenne » :

$$\text{indice de difficulté} = p^2 \times d$$

$d$  est la distance en km.

$p$  est la pente en pourcentage :

$$p = \frac{\text{distance verticale (dénivelé)}}{\text{distance horizontale}} \times 100$$

### Doc. 2 Classification des ascensions

| Indice entre 35 et 79    | Indice entre 80 et 179   | Indice entre 180 et 299  | Indice entre 300 et 599   | Indice supérieur à 600 |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|---------------------------|------------------------|
| 4 <sup>e</sup> catégorie | 3 <sup>e</sup> catégorie | 2 <sup>e</sup> catégorie | 1 <sup>re</sup> catégorie | Hors catégorie         |

### Doc. 3 Quelques ascensions du Tour de France

| Ascension             | Pente (en %) | Distance (en km) | Catégorie      |
|-----------------------|--------------|------------------|----------------|
| Côte de Fanjeaux      | 4,9          | 2,4              | 4              |
| Col de Portet-d'Aspet | 6,9          | 5,4              | 2              |
| Montée du Pla d'Adet  | 8,3          | 10,2             | 1              |
| Col du Tourmalet      | 7,3          | 17,1             | Hors catégorie |

1. Écrire un script qui affiche la catégorie d'une ascension en fonction de sa pente et de sa distance au sein de ce club cycliste.

2. Le Tour de France utilise-t-il la même méthode que le club cycliste pour classer les ascensions ?