Corrigé sujet Washington 2023

Exercice 1 :

Situation 1 : On a $780 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 13$

Avec la calculatrice : 780 EXE puis la touche Décomp **OU** avec la décomposition :

$$\begin{array}{r|l} 780 & 2 \\ 390 & 2 \\ 195 & 3 \\ 65 & 5 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

Situation 2 :

On tire une carte parmi 32 cartes. Il y a 32 issues.

a) Il y a une carte « 8 de pique » : La probabilité d'obtenir le 8 de pique est $\frac{1}{32}$.

b) Il y a 4+7=11 cartes avec un roi ou un cœur : La probabilité d'obtenir un roi ou un cœur est $\frac{11}{32}$.

<u>Remarque</u> : faire attention à ne pas compter deux fois le roi de cœur…

Situation 3 :

$A = (2x+5)(3x-4)$

$A = 2x \times 3x + 2x \times (-4) + 5 \times 3x + 5 \times (-4)$

$A = 6x^2 - 8x + 15x - 20$

$A = 6x^2 + 7x - 20$

Double distributivité :

$(a+b) \times (c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$

Situation 4 :

a) $V_{\text{prisme droit}}$ = Aire de base × hauteur

La base est un triangle rectangle d'aire $\frac{80\ cm \times 60\ cm}{2} = 2\ 400\ cm^2$.

Rappel : $A_{\text{triangle}} = \frac{base \times hauteur}{2}$

La hauteur est 120 cm.

$V_{\text{prisme droit}} = 2\ 400\ \text{cm}^2 \times 120\ \text{cm} = 288\ 000\ \text{cm}^3$.

b) $1\ \text{L} = 1\ \text{dm}^3 = 1\ 000\ \text{cm}^3$ donc $V_{\text{prisme droit}} = 288$ L.

Situation 5 :

Dans un agrandissement de rapport 3, les longueurs sont multipliées par 3 mais les aires par $3^2 = 9$.

Donc $A_{\text{polygone 2}} = 11\ \text{cm}^2 \times 9 = 99\ \text{cm}^2$.

Exercice 2 :

1) $AN^2 = 13^2 = 169$ — Je calcule le plus grand côté au carré

$LN^2 + AL^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$ — Je calcule la somme des carrés des deux autres côtés.

Donc $AN^2 = LN^2 + AL^2$ — Je compare les deux résultats précédents.

$AN^2 = LN^2 + AL^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore : LNA est un triangle rectangle en L. — Je conclus en citant la propriété utilisée.

2) (OH) et (LA) sont deux droites perpendiculaires à la droite (LN) donc (OH) et (LA) sont parallèles.
Dans le triangle LNA, on a :
N, O, L sont des points alignés ; N, H, A sont des points alignés.
— J'explique pourquoi je peux employer le théorème de Thalès.

(OH) et (LA) sont parallèles donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{NO}{NL} = \frac{NH}{NA} = \frac{OH}{LA}$$

— J'applique le théorème de Thalès.

$$\frac{3}{5} = \frac{NH}{13} = \frac{OH}{12}$$

$$OH = \frac{3 \times 12}{5} = 7{,}2\ cm$$

— Je calcule

3) Dans le triangle LNA rectangle en L : $\cos\widehat{N} = \frac{LN}{NA}$ donc $\cos\widehat{N} = \frac{5}{13}$ donc $\widehat{N} = \arccos\left(\frac{5}{13}\right)$ donc $\widehat{N} \approx 67°$.

Remarque : On connait les trois longueurs dans le triangle LNA donc on pouvait également employer $\sin\widehat{N}$ ou $\tan\widehat{N}$.

4) LNA et ONH sont deux triangles avec des longueurs de côtés proportionnels (cf ce qui a été écrit avec le théorème de Thalès en question 2)) donc sont semblables.
OU LNA et ONH sont deux triangles avec deux angles égaux (un à 90° et l'autre à ≈ 67°) donc avec trois angles égaux (le troisième angle mesure ≈ 180° – (90°+ 67°) = 23°) donc sont semblables.

5) a) LOHA est un trapèze de grande base AL, de petite base OH et de hauteur LO.

$A_{\text{trapèze LOHA}} = \frac{(grande\ base + petite\ bse) \times hauteur}{2} = \frac{(12+7,2)\times 2}{2} = 19,2\ \text{cm}^2$

OU $A_{\text{trapèze LOHA}} = A_{\text{LAN}} - A_{\text{ONH}} = \frac{5 \times 12}{2} - \frac{3 \times 7,2}{2} = 30 - 10,8 = 19,2\ \text{cm}^2$.

b) $A_{\text{LNA}} = \frac{5 \times 12}{2} = 30\text{cm}^2$ et $A_{\text{trapèze LOHA}} = 19,2\ \text{cm}^2$.

$19,2 \div 30 = \frac{16}{25}$ donc l'aire de LOHA est $\frac{16}{25}$ fois l'aire de LNA.

Exercice 3 :

Partie A :

1) a) Le nombre de visiteurs en 2010 est 300 000.
   b) Le nombre de visiteurs est le plus élevé en 2019.

2) 1ère méthode : On augmente 187 216 de 15% et on compare le résultat à 219 042 :

100% ⟶ 187 216 ? $= \frac{187\,216 \times 115}{100} \approx 215\,298$

115% ⟶ ?

Comme 215 298 < 219 042, l'objectif est atteint.

2ème méthode : On calcule le pourcentage d'augmentation pour passer de 187 216 à 219 042 et on compare à 15% :

100% ⟶ 187 216 ? $= \frac{219\,042 \times 100}{187\,216} \approx 117\%$

? % ⟶ 219 042

Il y a une augmentation du nombre de visiteurs de 117% – 100% = 17%. Donc l'objectif est atteint.

Partie B :

3) L'étendue est 500€ – 60€ = 440€ .

4) L'effectif total est 1200+1350+1000+1100+1200+1300+900+300 = 8350.

$$\frac{60 \times 1200 + 80 \times 1350 + 85 \times 1000 + 90 \times 1100 + 110 \times 1200 + 120 \times 1300 + 350 \times 900 + 500 \times 300}{8350} \approx 134$$

La moyenne des prix facturés pour une nuit est ≈ 134€.

5) Il y a 1200+1350+1000+1100 = 4650 nuits sont facturées à moins de 100€.

100% 8350 ? $= \frac{4650 \times 100}{8350} \approx 56\%$ et 56% > 50%

? % 4650

≈ 56% des nuits sont facturées à moins de 100€, c'est bien au moins la moitié.

Remarque : on aurait pu déterminer le prix médian d'une nuit :

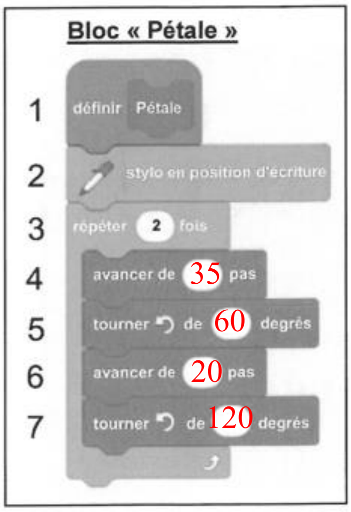
8350 est pair donc médiane $= \frac{Valeur\ n°4175 + valeur\ n°4176}{2} = \frac{90+90}{2} = 90€$

Au moins la moitié des nuits sont facturées à moins de 90€ donc à moins de 100€.

Exercice 4 :

1) a) Avec l'échelle donnée, 35 pas représentent 7 cm, 20 pas représentent 4 cm et les mesures d'angles ne changent pas…

b)



Attention aux valeurs des angles quand on tourne !

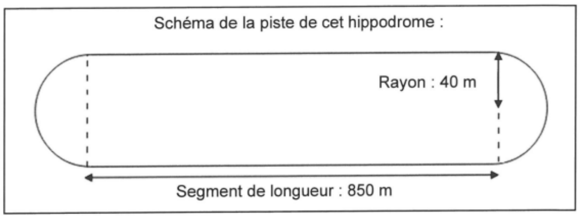
2) a) On doit répéter 5 fois les deux instructions en ligne 3 et 4.

b) Il y a 5 pétales en cercle. Donc pour passer d'un pétale à l'autre il faut tourner toujours dans le même sens d'un angle de 360°÷5 =72°.

c) Il y a 12 pétales en cercle. Donc il faut répéter 12 fois (Pétale et tourner dans le sens horaire de 360°÷12=30°).

Exercice 5 :

1) Le contour (en traits pleins) est formé de deux demi-cercles identiques de rayon 40 m et de deux segments identiques de 850 m. Donc on calcule le périmètre d'un cercle entier de rayon 40 m et on ajoute 2 fois 850 m :
$2 \times \pi \times 40 + 2 \times 850 \approx 1951$
Un tour de la piste à une longueur de $\approx$ 1951 m.



2) a) 2 min 9 s = 129 s

1951 m $\longrightarrow$ 129 s $\quad ? = \frac{1951 \times 1}{129} \approx 15$

? m $\longrightarrow$ 1s

La vitesse moyenne du cheval est $\approx$ 15 m/s.

b) 1 m/s = 3,6 km/h donc 15 m/s = 54 km/h.

OU

Si le cheval parcourt 15 m en 1 s alors, en 1h = 3600 s, il parcourt 15 m × 3600 = 54 000 m = 54 km.
Il a donc une vitesse de 54 km/h.

3) Avec la marque A :
73 027÷500 ≈ 146,1. Il faut 147 sacs pour un prix de 141,95€ × 147 = 20 866,65€.
Avec la marque B :
73 027÷400 ≈ 182,6. Il faut 183 sacs pour un prix de 87,90€ × 183 = 16 085,70€.
Avec la marque C :
73 027÷300 ≈ 243,4. Il faut 244 sacs pour un prix de 66,50€ × 244 = 16 226€.
Pour que cela coûte le moins cher possible, il faut donc choisir la marque B.