

## Chapitre 5 7 DECOUVRIR LES NOMBRES RATIONNELS

### 1. Définition

Effectuons la division de 13 par 7

$$\begin{array}{r} 13 \quad | \quad 7 \\ \hline \end{array}$$

On remarque que cette division ne se termine pas

On ne peut pas écrire de manière exacte le quotient de 13 par 7 on le note donc :  $\frac{13}{7}$ .

**Définition :** Le quotient de  $a$  par  $b$  ( $a:b$ ) est le nombre par lequel il faut multiplier  $b$  pour obtenir  $a$ .

On le note  $\frac{a}{b}$  ;  $a$  est appelé le *numérateur* et  $b$  le *dénominateur*

Lorsque  $a$  et  $b$  sont des entiers, ce nombre est appelé **fraction** et on dit que  $\frac{a}{b}$  est **un nombre rationnel**

### 2. Nombre décimal et fraction décimale

$$3,7 = \frac{37}{10} \quad 11 = \frac{110}{10}$$

Les nombres entiers et les nombres décimaux peuvent s'écrire sous la forme de fractions ayant un dénominateur égal à 10,100 ou 1000 .... dites fractions décimales.

Tout nombre entier ou décimal est donc aussi un nombre rationnel.

### 3. Fractions égales

Soient  $a$ ,  $b$  et  $k$  des nombres non nuls

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

« Lorsque l'on multiplie ou divise le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un même nombre, on obtient une fraction égale »

Exemples :

$$\begin{aligned} \frac{4}{3} &= \frac{4 \times 2}{3 \times 2} & \frac{4}{3} &= \frac{4 \times 25}{3 \times 25} \\ &= \frac{8}{6} & &= \frac{100}{75} \end{aligned}$$

Il existe donc plusieurs écritures possibles pour un même rationnel.

Application à la simplification de fractions

Simplifier une fraction c'est écrire une fraction égale, avec un numérateur et un dénominateur « plus petit »

Exemples :

$$\begin{aligned} \frac{12}{10} &= \frac{6 \times 2}{5 \times 2} & \frac{5}{15} &= \frac{5 \times 1}{5 \times 3} \\ &= \frac{6}{5} & &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Lorsque l'on ne peut plus simplifier une fraction on dit qu'elle est irréductible

## NOMBRES & CALCULS NC6

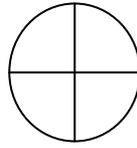
### 4. Proportion et droite graduée

Une fraction permet d'exprimer une proportion

Exemple :

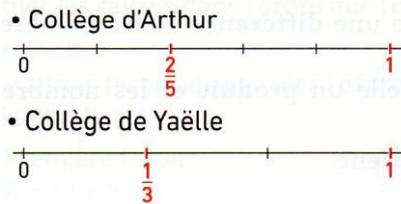
- Cendrine a mangé **les trois quart du gâteau** ( $\frac{3}{4}$  du gâteau)

On peut illustrer cette situation à l'aide d'un dessin.



- Dans le collège d'Arthur,  $\frac{2}{5}$  des élèves sont demi-pensionnaires et dans celui de Yaelle  $\frac{1}{3}$  des élèves sont demi-pensionnaires.

On peut illustrer cette situation à l'aide de droites graduées



### 5. Comparer des rationnels

Pour comparer des rationnels on peut utiliser des droites graduées.

Exemple : la proportion de demi-pensionnaire est plus grande dans le collège d'Arthur que dans celui de Yaelle :

$$\frac{2}{5} > \frac{1}{3}$$

Pour comparer des fractions on peut les exprimer à l'aide d'un même dénominateur.

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} &= \frac{2 \times 3}{5 \times 3} & \frac{1}{3} &= \frac{1 \times 5}{3 \times 5} \\ &= \frac{6}{15} & &= \frac{5}{15} \\ & & \frac{6}{15} &> \frac{5}{15} \text{ donc } \frac{2}{5} > \frac{1}{3} \end{aligned}$$

**Remarque** : Si deux fractions ont le même numérateur, la plus « petite » est celle qui a le plus « grand » dénominateur.

*Exemple* :

$$\frac{3}{7} > \frac{3}{11} \text{ car } 7 < 11$$

### 6. Encadrer un rationnel entre deux entiers

Lorsque le numérateur est inférieur au dénominateur le rationnel est compris entre 0 et 1

$$0 < \frac{6}{7} < 1$$

Autre cas

$$\begin{aligned} \frac{14}{3} &= \frac{12}{3} + \frac{2}{3} \\ &= 4 + \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\text{Donc } 4 < \frac{14}{3} < 5$$

Ecriture fractionnaire d'un nombre entier (12 dans la table de 4)

Compris entre 0 et 1