NOMBRES & CALCULS NC1

NOMBRES DECIMAUX

1. Ecritures fractionnaires d'un nombre décimal

Tout nombre décimal peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale (fraction ayant 10,100, 1000….. comme dénominateur)

Exemples : $0{,}3 = \frac{3}{10}$ $4 = \frac{40}{10}$ $4{,}3 = \frac{43}{10}$ $1{,}154 = \frac{1\,154}{1\,000}$

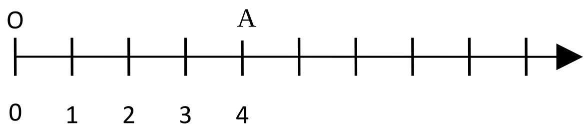
Il existe donc de nombreuses façons d'écrire un nombre décimal

$$21{,}49 = 21 + \frac{49}{100} = \frac{2149}{100} = 21 + \frac{4}{10} + \frac{9}{100}$$

2. Placer des décimaux sur une droite graduée.

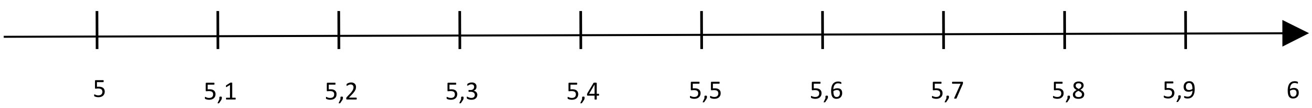
Pour graduer une droite, il faut choisir un point origine qui correspond au nombre zéro et une unité que l'on reporte régulièrement.
Sur une droite graduée, un point peut être repéré par un nombre appelé **abscisse**.

Exemple :



Le point A a pour abscisse 4.
Exemples

- placer les points B(5) ; C(6) ; D(5,8) ; E(5,08) ; F(5,43) sur la droite graduée ci-dessous ;



- encadrement de 5,8 par les entiers les plus proches (deux entiers consécutifs) :
  5 < 5,8 < 6
- intercaler un décimal : 5,7 < 5,73 < 5,8
  5,71 < 5,73 < 5,79 ou 5,72345 ... (il y a beaucoup de réponses)

3. Autre méthode pour comparer deux décimaux

Pour comparer deux nombres en écriture décimale :
- on compare les parties entières ;
- si les parties entières sont égales alors on compare les chiffres des dixièmes ;
- si les chiffres des dixièmes sont égaux alors on compare les chiffres des centièmes ;

• et ainsi de suite jusqu'à ce que les deux nombres aient des chiffres différents.

Exemples :

2,35 < 2,8
1,58376 < 1,584
7,9 > 7,85

NOMBRES & CALCULS NC2

CALCULER AVEC DES NOMBRES DECIMAUX

Vocabulaire
La somme de 15 et 5 est 20. 15 et 5 sont les termes de la somme. *(15 + 5 =20)*
La différence de 15 et 5 est 10. 15 et 5 sont les termes de la différence. *(15 - 5 =10)*
Le produit de 15 par 5 est 75. 15 et 5 sont les facteurs du produit. *(15 × 5 =75)*
Le quotient de 15 par 5 est 3. *(15 : 5 =3)*

I ORDRE DE GRANDEUR

Un ordre de grandeur d'un nombre est une valeur approchée « qui simplifie le nombre »

On peut utiliser un ordre de grandeur pour avoir une estimation du résultat d'un calcul ou pour contrôler le résultat calculé.
Exemple
19 999,489 + 3 003,47 est de l'ordre de 20 000 + 3 000 donc de 23 000
7,598 601 – 4, 09578 est de l'ordre de 7,6 – 4,1 donc de 3,5

Remarque : il y a plusieurs ordres de grandeur pour un même calcul

II CALCULER UNE EXPRESSION NUMERIQUE SIMPLE

1. Sans parenthèse

Convention n°1
Pour calculer une expression sans parenthèses ne comprenant que des additions et des soustractions, on effectue les calculs dans l'ordre de la gauche vers la droite.

Convention n°2
Pour calculer une expression sans parenthèses, on effectue d'abord les multiplications (et, ou divisions) puis les additions (et, ou soustraction).

La multiplication et la division sont prioritaires

Exemples :

$A = 5 + \underline{2\times8}$
$= 5 + 16$
$= 21$

$B = \underline{5\times2} – \underline{12 : 3}$
$= 10 - 4$
$= 6$

$C = \underline{8 + 2} – 4 + 1$
$= \underline{10 – 4} + 1$
$= 6 + 1$
$= 7$

Cas particuliers
Pour calculer une expression ne comprenant que des additions ou que des multiplications , on peut effectuer les calculs dans n'importe quel ordre.

$D = 81 + 18{,}3 + 19 + 1{,}7$
$= \underline{81 + 19} + \underline{18{,}3 + 1{,}7}$
$= 100 + 20$
$= 120$

$E = 25 \times 18 \times 4$
$= \underline{25 \times 4} \times 18$
$= 100 \times 18$
$= 1800$

2. Avec parenthèses

Convention n°3
Pour calculer une expression comprenant une ou plusieurs parenthèses, on effectue d'abord les opérations situées à l'intérieur des parenthèses.

NOMBRES & CALCULS NC2

Exemples :

F= 12 × ($\underline{3 + 7}$)
 = 12 × 10
 = 120.

G = 5 × [3 + 2 × 5 × ($\underline{10 – 1}$)]
 = 5 × [3 $\underline{+ 2 × 5 × 9}$]
 = 5 × [$\underline{3 + 90}$]
 = 5 × 93
 = 465

Remarques :
Lorsqu'il y a plusieurs parenthèses impliquées les unes dans les autres , on commence par la parenthèse « qui est la plus à l'intérieur. »

Convention n°4
Lorsqu'une expression figure au numérateur et/ou au dénominateur d'un quotient, il faut la comprendre comme une expression entre parenthèses.

$$\frac{4+8}{3 \times 2} = \frac{12}{6}$$
$$= 2$$

III CALCULER AVEC DES DUREES

Une durée s'exprime :

- En heure. *Exemple : 3h ; 2,5h*
- En minute. *Exemple : 51 min ; 31,2 min*
- En seconde. *Exemple : 55 s*
- En heure minute seconde. *Exemple : 3h 10min 15s*

Attention 2,5h ≠ 2h 5min   2,5h = 2h30min

Durée = Heure de Fin – Heure de Début

Attention : Lorsque l'on additionne ou soustrait des durées on sépare les heures des minutes (en réalité on fait deux opérations)

  2 h 54 min
$\underline{+5 \text{ h } 52 \text{ min}}$
  7 h 106 min = 8 h 46 min (on a enlevé 60 min et on a rajouté 1h)

Pour convertir des heures en minutes : multiplication par 60 car **1h = 60 min**
Exemple : 3**h** = 3 **× 60 min** = 180 min
Pour convertir des heures en secondes : multiplication par 3 600 car **1h = 3 600s**
Exemple : 2**h** = 2 **× 3 600s** = 7 200s

Pour convertir des secondes en heure/minute/seconde : divisions euclidiennes par 60 successives

76	60
..16	1

NOMBRES & CALCULS NC2

Exemples 4 598s

4598	60
.398	76
..38	

4 598s = 1h 16min 38s

Pour convertir des heures en heure/minute/seconde

3,26 h = 3h + 0,26h = 3h + 0,26 $\times$ 60min
= 3h + 15,6 min
=3h + 15min + 0,6min
=3h + 15min + 0,6 $\times$ 60s
= 3h 15min 36s

DECOUVRIR LES NOMBRES RELATIFS

I GENERALITES

1. Nombres positifs

Définition.
On appelle nombre positif tout nombre supérieur à Zéro.

Exemples :

3 ; + 22,1 ; $\frac{3}{4}$ sont des nombres positifs.

2. Nombres négatifs

Définition
On appelle nombre négatif tout nombre inférieur à Zéro.

Exemples :

-2 ; -0,654 et $-\frac{13}{7}$ sont des nombres négatifs.

3. Nombres relatifs

L'ensemble des nombres positifs et l'ensemble des nombres négatifs forment l'ensemble des nombres relatifs.

Un nombre relatif est formé de deux parties $\begin{cases} \text{son signe (positif ou négatif)} \\ \text{sa distance à zéro (ou valeur absolue)} \end{cases}$

Exemples :
La distance à zéro de –34 est 34
La valeur absolue de +23 est 23.

Remarques :
Lorsqu'un nombre est positif, on peut ne pas écrire le signe +.
0 est le seul nombre à la fois positif et négatif.

4. Nombres opposés.

Deux nombres opposés : $\begin{cases} \text{ont la même distance à zéro} \\ \text{sont de signe contraires} \end{cases}$

Exemples
L'opposé de –3 est +3
L'oppose de 3,123 est –3,123

Soit a un nombre relatif quelconque l'opposé de a est noté –a ou opp(a).
ATTENTION : -a peut être un nombre positif ou négatif
Si a = 2 alors –a = -2 Si a = -5 alors –a = +5

5. <u>Comparaison de relatifs</u>

Lorsque l'on compare deux relatifs de signes contraires « le plus grand » est le nombre positif.

Exemple : - 8,54 < 0,2

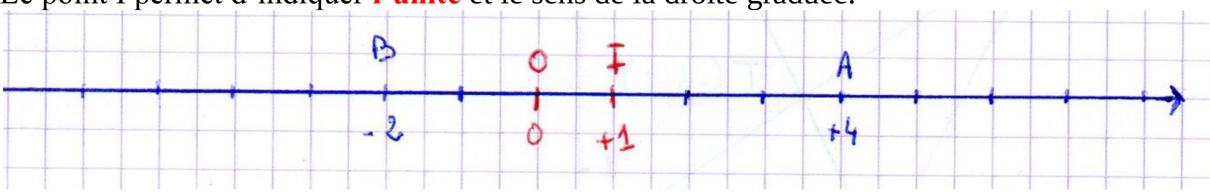
Lorsque l'on compare deux nombres négatifs, « le plus grand » est celui qui a la plus petite distance à zéro.

Exemple : - 112,2 < - 0,5 car 112,2 > 0,5

II REPERER UN POINT

1. <u>Sur une droite.</u>

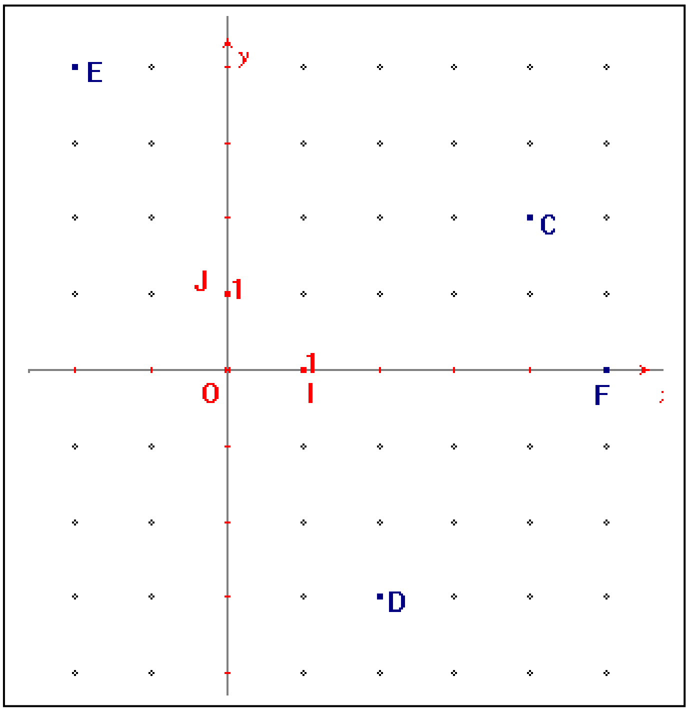
Le point O est **l'origine** de la droite graduée.
Le point I permet d'indiquer **l'unité** et le sens de la droite graduée.



On dit que (O, I) forment un **repère** de la droite.
Le point A a pour **abscisse** +4. On note A(+4).
L'abscisse de B est –2. On note B(-2) ou encore $x_B = -2$

2. <u>Dans le plan</u>

(O,I,J) forment un **repère** du plan.



Le point O est **l'origine** du repère.
Le point I Indique l'unité sur **l'axe des abscisses**.
Le point J indique l'unité sur **l'axe des ordonnées**.

Le point C a pour **abscisse** +4 et pour **ordonnées** +2.
On dit que C a pour **coordonnées** (+4 ; +2).
On note C(+4 ;+2).

Lorsque l'on donne les coordonnées d'un point, on commence toujours par l'abscisse.
On a aussi D(+2 ;-3) E(-2 ;+4)
F(+5 ;0) G(0 ;-2)

D'une manière générale on note x_M l'abscisse de M et y_M l'ordonnée de M.

ADDITIONNER ET SOUSTRAIRE DES RELATIFS

1. Addition de relatifs

Pour additionner deux nombres relatifs

On regarde le signe de chacun des nombres			
1^er cas : les 2 sont positifs	2^er cas : les 2 sont négatifs	3eme cas : il y a un positif et un négatif	
Le résultat est positif	Le résultat est négatif	**On compare les distances à zéro**	
On **additionne** les distances à zéro	On **additionne** les distances à zéro	1^er ss cas : le positif a la plus grande distance à zéro	2^er ss cas : le négatif a la plus grande distance à zéro
(+3) + (+9) = +12	(-2) + (-3) = -5	Le résultat est positif	Le résultat est négatif
		On fait la **différence** des distances à zéro	On fait la **différence** des distances à zéro
		(+30) + (-20) = + 10	(+50) + (-61) = - 11

Cas particulier : la somme de deux nombres opposés est égale à zéro :(-6,324) + (+6,324) = 0

2. Soustractions de relatifs

Soustraire un nombre relatif revient à additionner son opposé

Soient a et b des relatifs quelconques : a – b = a + opp(b)

Exemples

A = (-36) – (-8)
= (-36) + (+8)
= -28

B = (-5) – (+6)
= (-5) + (-6)
= -11

C = (-8) – 7
= (-8) + (-7)
= -15

3. Calculer une expression

E = (+2) + (+6) + (-5) - (-6) - (+7) + (-8) + (+7)

- on transforme les soustractions en additions
  - E = (+2) + (+6) + (-5) - (-6) - (+7) + (-8) + (+7)
  - E = (+2) + (+6) + (-5) + (+6) + (-7) + (-8) + (+7)
- on regroupe les opposés d'abord puis les positifs et les négatifs ;
  - E = (+7) + (-7) + (+2) + (+6) + (+6) + (-5) + (-8)
- on calcule la somme de tous les positifs et celle de tous les négatifs ;
  - E = 0 + (+ 14) + (-13)
- on ajoute ces deux sommes.
  - E = +1

Simplification d'écriture

On peut simplifier une écriture en n'écrivant pas **le signe +**

(+3) – (+ 5) = 3 – 5
(-5) + (-2) = (-5) – (+2) = -5 – 2
(-3) + (+4) = -3 + 4
(+25) – (-6) = (+25) + (+ 6) = 25 + 6

« En résumé +(+) = + ; +(-) = - ; -(+) = - ; -(-) = + »

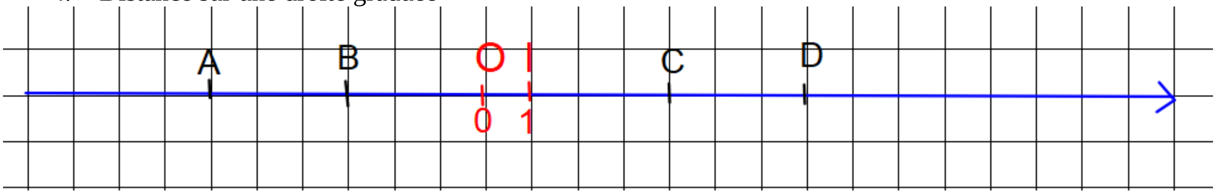
(+4) – (-3) = 4 + 3
36 + (-5) = 36 – 5

Application

E = (+2) + (+6) + (-5) - (-6) - (+7) + (-8) + (+7)
E = 2 + 6 - 5 + 6 - 7 - 8 + 7
= 8 - 5 + 6 - 7 - 8 + 7
= 3 + 6 – 7 – 8 + 7
= 9 – 7 – 8 + 7
= 2 – 8 + 7
= -6 + 7
= 1

E = 2 + 6 + 6 – 5 - 8
E = 14 - 13
E = 1

4. Distance sur une droite graduée



La distance entre deux points est la différence entre le plus grande et la plus petite abscisse

CD = $x_D - x_C$ = 7 – 4 = 3

AB = $x_B - x_A$ = -3 – (-6) = -3 + 6 = 3

CA = $x_C - x_A$ = 4 – (-6) = 4 + 6 = 10

MULTIPLIER DIVISER DES NOMBRES RELATIFS

1. Produit de deux relatifs

Le produit de deux relatifs de même signe est positif

Exemple $-2 \times (-5) = +10$

Le produit de deux relatifs de signe contraire est négatif.

Exemples : $-5 \times 6 = -30$ $9 \times (-2) = -18$

Règle des signes : (Simon Stevenin 1625)

+ par + donne +
+ par – donne –
- par + donne –
- par – donne +

2. Quotient de deux relatifs

La règle des signes est la même que celle énoncée pour la multiplication.
Exemples : $-12 : 3 = -4$ $14 : (-2) = -7$ $-35 : (-7) = +5$

3. Signe d'un produit

Un produit est positif si le nombre de facteurs négatifs est pair.
Un produit est négatif si le nombre de facteurs négatifs est impair.

Exemples :
$3 \times (-2) \times 5 \times (-9) \times (-9) \times 2{,}1$ est négatif car il y a 3 (impair) facteurs négatifs.
$3 \times (-2) \times 5 \times (-9) \times (-9) \times (-2{,}1)$ est positif car il y a 4 (pair) facteurs négatifs.
$\dfrac{4 \times (-2) \times 7}{(-9) \times (-4) \times 2}$ est négatif car il y a 3 (impair) facteurs négatifs. On a alors $\dfrac{4 \times (-2) \times 7}{(-9) \times (-4) \times 2} = -\dfrac{4 \times 2 \times 7}{9 \times 4 \times 2}$

4. Valeur approchée d'un quotient

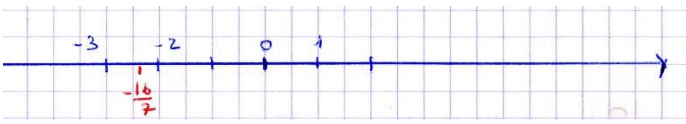
La **valeur exacte** du quotient de -16 par 7 est $-\dfrac{16}{7}$ car ce n'est pas un nombre décimal.

La calculatrice en donne une **valeur approchée** $\boxed{-2{,}285714286}$

$-3 < -\dfrac{16}{7} < -2$ est un **encadrement d'amplitude** 1 de ce quotient

-3 est la valeur approchée **par défaut** à l'unité de $-\dfrac{16}{7}$

-2 est la valeur approchée **par excès** à l'unité de $-\dfrac{16}{7}$

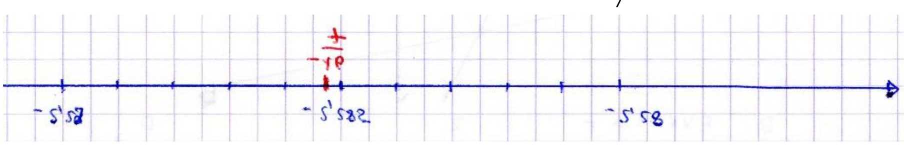


-2 est aussi la valeur approchée **arrondie** à l'unité de $-\dfrac{16}{7}$

$-2{,}29 < -\dfrac{16}{7} < -2{,}28$ est un encadrement d'amplitude 1 de ce quotient

-2,29 est la valeur approchée par défaut au centième de $-\dfrac{16}{7}$

-2,28 est la valeur approchée par excès au centième de $-\dfrac{16}{7}$



NOMBRES & CALCULS NC5

-2,29 est aussi la valeur approchée arrondie au centième de $-\frac{16}{7}$

NOMBRES & CALCULS NC6

DECOUVRIR LES NOMBRES RATIONNELS

1. **Définition**

Effectuons la division de 13 par 7

13 | 7

On remarque que cette division ne se termine pas

On ne peut pas écrire de manière exacte le quotient de 13 par 7 on le note donc : $\frac{13}{7}$.

Définition : Le quotient de *a* par *b* (*a*:*b*) est le nombre par lequel il faut multiplier *b* pour obtenir *a*.

$$\mathbf{b} \times \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = a$$

On le note $\frac{a}{b}$; *a* est appelé le *numérateur* et *b* le *dénominateur*

Lorsque *a* et *b* sont des entiers, ce nombre est appelé **fraction** et on dit que $\frac{a}{b}$ est **un nombre rationnel**

2. **Fractions égales**

Soient a, b et k des nombres non nuls

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}}$$

« Lorsque l'on multiplie ou divise le numérateur et le dénominateur d'une fraction par un même nombre, on obtient une fraction égale »

Exemples :

$$\frac{4}{3} = \frac{4 \times 2}{3 \times 2} = \frac{8}{6}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{4 \times 25}{3 \times 25} = \frac{100}{75}$$

Il existe donc plusieurs écritures possibles pour un même rationnel.

Application à la simplification de fractions

Simplifier une fraction c'est écrire une fraction égale, avec un numérateur et un dénominateur « plus petit »

Exemples :

$$\frac{12}{10} = \frac{6 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{5} \qquad \frac{5}{15} = \frac{5 \times 1}{5 \times 3} = \frac{1}{3}$$

Lorsque l'on ne peut plus simplifier une fraction on dit qu'elle est **irréductible**

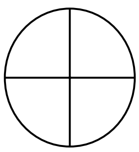
3. Proportion et droite graduée

Une fraction permet d'exprimer une proportion

Exemple :

- Cendrine a mangé **les trois quart du gâteau ($\frac{3}{4}$ du gâteau)**

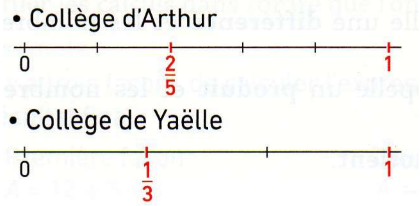
On peut illustrer cette situation à l'aide d'un dessin.



$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 75\%$$

- Dans le collège d'Arthur, $\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{5}}$ **des élèves** sont demi-pensionnaires et dans celui de Yaelle $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$ **des élèves** sont demi-pensionnaires.

On peut illustrer cette situation à l'aide de droites graduées



4. Comparer des rationnels

- Pour comparer des rationnels on peut utiliser des droites graduées.

Exemple : la proportion de demi-pensionnaire est plus grande dans le collège d'Arthur que dans celui de Yaelle :

$$\frac{2}{5} > \frac{1}{3}$$

- Lorsque deux nombres rationnels sont écrits sous forme de fractions ayant le même dénominateurs, le plus « grand » est celui qui a le plus « grand » numérateur.

Exemple $\frac{4}{3} > \frac{1}{3}$

Pour comparer $\frac{4}{3}$ et $\frac{29}{21}$ il faut d'abord écrire une fraction de dénominateur 21 égale à $\frac{4}{3}$

$\frac{4}{3} = \frac{4 \times 7}{3 \times 7} = \frac{28}{21}$ on peut alors dire que $\frac{28}{21} < \frac{29}{21}$ et donc que $\frac{4}{3} < \frac{29}{21}$

Remarque :Si deux fractions ont le même numérateur, la plus « petite » est celle qui a le plus « grand » dénominateur.

Exemple :

$\frac{3}{7} > \frac{3}{11}$ car $7 < 11$

5. Encadrer un rationnel entre deux entiers

Lorsque le numérateur est inférieur au dénominateur le rationnel est compris entre 0 et 1

$$0 < \frac{6}{7} < 1$$

Autre cas

$$\frac{14}{3} = \frac{12}{3} + \frac{2}{3}$$

Ecriture fractionnaire d'un nombre entier (12 dans la table de 4)

Compris entre 0 et 1

$$= 4 + \frac{2}{3}$$

$$\text{Donc } 4 < \frac{14}{3} < 5$$

6. Additionner des fractions

Soient a, b, c trois nombres, b étant non nul :

$$\boxed{\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}}$$

« Autrement dit, pour additionner des fractions **il faut les réduire au même dénominateur** puis on ajoute les numérateurs et on garde le même dénominateur »

Exemple :

$$\frac{4}{7} + \frac{6}{7} = \frac{4+6}{7}$$
$$= \frac{10}{7}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} + \frac{1}{6}$$
$$= \frac{2}{6} + \frac{1}{6}$$
$$= \frac{3}{6}$$

7. Prendre la fraction d'une quantité

Pour calculer les $\frac{3}{4}$ de 20 :

- On calcule $\frac{1}{4}$ de 20 soit 20 :4 =5
- Et donc le $\frac{3}{4}$ de 20 sont $3 \times 5 = 15$

Ou bien on s'aide de la calculatrice …..

Mais il faut savoir que prendre une fraction d'une quantité revient à multiplier cette fraction par cette quantité

$\frac{3}{4}$ **de** 20 se calcule en faisant $\frac{3}{4} \times 20$

NOMBRES & CALCULS NC7

UTILISER DES NOMBRES RATIONNELS
FRACTIONS – ADDITION & SOUSTRACTION

1. Définition

« Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction. »

Un nombre rationnel est un nombre qui peut s'écrire $\frac{p}{q}$ ou $-\frac{p}{q}$ avec p et q entiers.
On dit aussi qu'un rationnel est le **quotient** de deux entiers.

Exemples :
$\frac{3}{7}$ et $-\frac{6}{11}$ sont des nombres rationnels.
π n'est pas un nombre rationnel

Attention :
Le nombre entier 13 est aussi un rationnel car $13 = \frac{13}{1} = \frac{26}{2} = \ldots\ldots$

Le nombre décimal 13,2 est aussi un nombre rationnel car $13{,}2 = \frac{132}{10}$ (fraction décimale)

2. Signe d'un quotient

$$\frac{-3}{-7} = \frac{3}{7}$$

$$\frac{-3}{7} = \frac{3}{-7} = -\frac{3}{7}$$

3. Fractions égales

Soient a, b et k des nombres relatifs non nuls

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}}$$

« Lorsque l'on multiplie le numérateur et le dénominateur d'une fraction
par un même nombre, on obtient une fraction égale »

$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$; $-\frac{4}{5} = -\frac{4 \times 3}{5 \times 3} = -\frac{12}{15}$ On dit que l'on a « réduit » $\frac{2}{3}$ et $-\frac{4}{5}$ au même dénominateur

$\frac{12}{10} = \frac{6 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{5}$ On dit que l'on a « simplifié » $\frac{12}{10}$

4. Addition de fractions

Soient *a*, *b*, *c* trois nombres relatifs, b étant non nul :

$$\boxed{\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}}$$

Autrement dit, on ajoute ou soustrait les numérateurs et on garde le même dénominateur

Exemples

Ex1 : $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{2+3}{7} = \frac{5}{7}$

Ex2: $-\frac{11}{28} + \frac{3}{28} = \frac{-11+3}{28} = -\frac{8}{28} = -\frac{4 \times 2}{7 \times 4} = -\frac{2}{7}$

Ex3 : $2 + \frac{5}{11} = \frac{2 \times 11}{11} + \frac{5}{11}$
$= \frac{22}{11} + \frac{5}{11}$
$= \frac{27}{11}$

Ex4 : $\frac{1}{7} + \frac{3}{14} = \frac{1 \times 2}{7 \times 2} + \frac{3}{14}$

$= \frac{2}{14} + \frac{3}{14}$

$= \frac{5}{14}$

Ex 5 : $\frac{5}{12} + \frac{1}{15} = \frac{5 \times 5}{12 \times 5} + \frac{1 \times 4}{15 \times 4}$

$= \frac{25}{60} + \frac{4}{60}$

$= \frac{29}{60}$

MULTIPLIER & DIVISER DES QUOTIENTS

1. Produit de deux fractions

Soient *a*, *b*, *c*, *d* quatre nombres relatifs avec *b* et *d* non nuls alors :

$$\boxed{\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}}$$

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Exemples

$$-\frac{2}{3} \times \frac{-5}{7} = -\frac{2 \times (-5)}{3 \times 7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

$$-\frac{4}{3} \times \frac{7}{-4} \times \frac{9}{5} = \frac{4 \times 7 \times 9}{3 \times 4 \times 5} = \frac{7 \times 3 \times 3}{3 \times 5} = \frac{21}{5}$$

2. Inverse

<u>Définition</u> :
Deux nombres sont inverses l'un de l'autre si et seulement si leur produit est égal à 1.

Exemples :

L'inverse de $\frac{3}{4}$ est $\frac{4}{3}$ car $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$

L'inverse de $-\frac{5}{2}$ est $-\frac{2}{5}$ car $-\frac{5}{2} \times (-\frac{2}{5}) = 1$

L'inverse de 5 est $\frac{1}{5}$ car $5 \times \frac{1}{5} = 1$

a et b étant des relatifs non nuls

L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$

L'inverse de a est $\frac{1}{a}$

3. Quotient de deux fractions

« Diviser c'est multiplier par l'inverse »

Soient *a*, *b*, *c*, *d* quatre nombres relatifs avec *b*, c et *d* non nuls alors :

$$\boxed{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}}$$

Exemples :

$$\frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$$

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{11}} = \frac{2}{3} \times \frac{11}{4} = \frac{2 \times 11}{3 \times 2 \times 2} = \frac{11}{6}$$

$$\frac{-\frac{3}{4}}{7} = -\frac{3}{4} \times \frac{1}{7} = -\frac{3}{28}$$

Nombres & Calculs NC8

4. Produit en croix

Soient *a*, *b*, *c*, *d* quatre nombres relatifs non nuls alors :

$$\underline{\text{Si}}\ \frac{a}{b} = \frac{c}{d}\ \underline{\text{alors}}\ a \times d = b \times c$$

$$\underline{\text{Si}}\ \frac{a}{b} = \frac{c}{d}\ \underline{\text{alors}}\ a = \frac{b \times c}{d}$$

De même $b = \dfrac{a \times d}{c}$ $\quad c = \dfrac{a \times d}{b}$ $\quad$ et $\quad d = \dfrac{b \times c}{a}$

Exemple

$\dfrac{3}{x} = \dfrac{7}{11}$ $\qquad x = \dfrac{3 \times 11}{7} = \dfrac{33}{7}$

On a aussi :

$$\underline{\text{Si}}\ \frac{a}{b} = \frac{c}{d}\ \underline{\text{alors}}\ \begin{cases} \dfrac{b}{a} = \dfrac{d}{c} \\ \dfrac{a}{c} = \dfrac{b}{d} \end{cases}$$

NOMBRES & CALCULS NC9-10-4

COMPRENDRE LA NOTION DE PUISSANCE
EFECTUER DES CALCULS NUMERIQUES

1. Les puissances de 10 pour exprimer les grands nombres

Soit n un entier positif quelconque

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \ldots\ldots\ldots \times 10}_{\text{n facteurs 10}}$$

On a donc $10^n = 1\underbrace{0\ldots\ldots..0}_{\text{n zéros}}$

Exemples :

1 million = 10^6

100 000 000 000 = 10^{11}

Par définition on a $10^0 = 1$

2. Les puissances de 10 pour exprimer les nombres « proches » de 0

Soit n un entier positif quelconque

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{\underbrace{10 \times 10 \times \ldots\ldots\ldots..10}_{\text{n facteurs 10}}} = \frac{1}{1\underbrace{0\ldots.0}_{\text{n zéros}}}$$

On a donc $10^{-n} = \underbrace{0{,}00 \ldots\ldots 0}_{\text{n zéros}}1$

Exemples :

0,001 = 10^{-3}

-0,000 000 01 = -10^{-8}

3. Les puissances de 10 pour faciliter la lecture de certaines grandeurs

Préfixe	**Giga**	**Méga**	**Kilo**	**Unité**	**Milli**	**Micro**	**Nano**
Symbole	G	M	K		m	µ	n
10^n	10^9	10^6	10^3	1	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

Exemple

50 **m**l = 50 × 10^{-3} l

4 **Go** = 4 × 10^9 o

4. Les puissances de 10 pour écrire en notation scientifiques

On dit qu'un nombre positif est en écriture scientifique lorsqu'il est de la forme :

$$a \times 10^p$$

avec $1 \leq a < 10$ et p entier relatif.

Exemples

4 000 000 = 4×10^6

0, 000 3 = 3×10^{-4}

43 000 = $4{,}3 \times 10^4$

0,000 000 000 000 000 000 234 = $2{,}34 \times 10^{-19}$

Remarque : Lorsque dans l'écriture scientifique l'exposant est négatif le nombre est « proche » de 0

5. Les puissances de 10 pour comparer

La notation scientifique est utile pour donner un ordre de grandeur, un encadrement, pour comparer des nombres

Nombre	Notation scientifique	Encadrement	Ordre de grandeur
A = 32 657 000	$A = 3{,}2657 \times 10^7$	$10^7 < A < 10^8$	$A \approx 3 \times 10^7$ ou 10^7
B = 0,000 486	$B = 4{,}86 \times 10^{-4}$	$10^{-4} < B < 10^{-3}$	$B \approx 5 \times 10^{-4}$ ou 10^{-4}

$A \times B \approx 3 \times 5 \times 10^7 \times 10^{-4}$

$\approx 15 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times \dfrac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10}$

$\approx 15 \times 10^3$

$= 1{,}5 \times 10^4$

6. Calculer avec des puissances d'un nombre quelconque

Soit a un nombre relatif quelconque, et n un entier positif :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots\ldots\ldots \times a}_{\text{n facteurs}}$$

a^n se lit " a **puissance** n" ou " a **exposant** n"

Exemples :

$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

$(-2)^6 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 64$

$(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32$

$-2^8 = - 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = - 256$

Par définition

Pour tout nombre relatif a : $\mathbf{a^0 = 1}$

Exemples :

$13^0 = 1$ $(-45)^0 = 1$ $4{,}007^0 = 1$

MULTIPLE & DIVISEUR

1. Définitions.

Propriété Définition

a et *b* désignent deux entiers naturels ($b \neq 0$).

Effectuer la division **euclidienne de *a* par *b***, c'est déterminer les deux entiers naturels q et r tels que :

$$a = b \times q + r \text{ avec } r < b$$

a s'appelle le dividende, *b* le diviseur, *q* le quotient et *r* le reste.

$$\begin{array}{r|l} 135 & \underline{11} \\ 25 & 12 \\ 3 & \end{array}$$

135 n'est pas divisible par 11 car le reste de la division euclidienne de 135 par 11 est 3
$135 = 11 \times 12+3$

$$\begin{array}{r|l} 360 & \underline{15} \\ 60 & 24 \\ 0 & \end{array}$$

360 est divisible par 15 car le reste de la division euclidienne de 360 par 15 est 0
$360 = 15 \times 24$

Soient p et n des entiers relatifs.

<u>Si</u> le reste de la division euclidienne de n par p est égal à 0, **<u>alors</u>** n = $p \times q$ (avec q un entier)
on dit que :

- n est un **multiple** de p
- n est **divisible** par p
- p est un **diviseur** de n

Exemple :
42 est divisible par 7 car **42 = 7 ×** 6
42 est un multiple de 7 (et donc aussi de 6).
6 et 7 sont des diviseurs de 42

2. Propriété

Tout nombre est divisible par 1 et par lui-même.

3. Critères de divisibilité

- Un nombre est divisible par 2 lorsque « il se termine » par 0, 2, 4, 6 ou 8

Exemples : 14 est divisible par 2.
27 n'est pas divisible par 2.

- Un nombre est divisible par 3 lorsque la somme de ses chiffres est un multiple de 3.

Exemple 523 n'est pas divisible par 3 car 5 + 2 + 3 = 10 et 10 n'est pas un multiple de 3
714 est divisible par 3 car 7 + 1 + 4 = 12 et 12 est un multiple de 3

- Un nombre est divisible par 4 lorsque ses deux derniers chiffres forment un multiple de 4.

Exemples : 950 n'est pas divisible par 4 car 50 n'est pas un multiple de 4.
1 220 est divisible par 4 car 20 est un multiple de 4.
488 est divisible par 4 car 88 est un multiple de 4.

- Un nombre est divisible par 9 lorsque la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

Exemple : 9 801 est divisible par 9 car 9 + 8 + 0 + 1 = 18 et 18 est un multiple de 9.

- Un nombre est divisible par 10 lorsque « il se termine » par 0

Exemples : 70 est divisible par 10.
125 n'est pas divisible par 10.

- Un nombre est divisible par 5 lorsque « il se termine » par 0 ou 5.

Exemples : 35 est divisible par 5.
120 est divisible par 5.
68 n'est pas divisible par 5.

DECOUVRIR ET UTILISER LES NOMBRES PREMIERS

1. Nombres premiers

Un nombre est premier s'il n'est divisible que par 1 et lui-même.

Les nombres premiers inférieurs à 30 sont : 2; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ;17 ;19 ;23 ; 29

26 n'est pas un nombre premier car il est divisible par 2 et 13

2. Décomposition en produit de facteurs premiers

70	2	126	2
35	5	63	3
7	7	21	3
1		7	7
		1	

On a donc $70 = 2 \times 5 \times 7$ et $126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7$

3. Nombres premiers jusqu'à 100

Les nombres premiers inférieurs à 100 sont : 2; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ;17 ;19 ;23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 87 ; 89 ; 97

4. Application aux fractions

Ecrire des fractions avec un même dénominateur

Exemple $\frac{11}{12}$ et $\frac{7}{20}$

$12 = 2 \times 2 \times 3$ et $20 = 2 \times 2 \times 5$

Pour trouver un multiple commun à 12 et 20, il suffit de :

- Multiplier 12 par les facteurs qui sont dans la décomposition de 20 mais pas de 12
- Multiplier 20 par les facteurs qui sont dans la décomposition de 12 mais pas de 20

$\frac{11}{12} = \frac{11 \times 5}{12 \times 5} = \frac{55}{60}$ $\quad \frac{7}{20} = \frac{7 \times 3}{20 \times 3} = \frac{21}{60}$

Simplifier des fractions

Exemple $\frac{70}{126}$

La fraction est simplifiable par tout facteur commun à 70 et 126

$$\frac{70}{126} = \frac{2 \times 5 \times 7}{2 \times 3 \times 3 \times 7} = \frac{35}{63}$$

$$\frac{70}{126} = \frac{2 \times 5 \times 7}{2 \times 3 \times 3 \times 7} = \frac{10}{18}$$

NOMBRES & CALCULS NC13

UTILISER LE LANGAGE LITTERAL

1. Vocabulaire

Une expression **littérale** est une expression contenant une ou plusieurs lettres qui désignent des nombres.
Il sert par exemple :

- Etablir une formule
- Résoudre des problèmes (Trouver un nombre inconnu)
- Prouver un résultat.

Dans une expression littérale les lettres utilisées peuvent être « remplacées » par des nombres différents, on dit que ce sont des **variables**.

Exemple : périmètre du carré = $4 \times c$ où c « représente » la longueur d'un côté.
On peut remplacer c par n'importe quel nombre positif.

Attention certaines lettres ne sont pas des variables, (elles ne « représentent » qu'un seul nombre) : π

2. Expression « en fonction de »

Ecrire un résultat « en fonction de x » c'est écrire une expression littérale où figure x.

Exemple :
Ecrire une formule permettant de calculer l'année de naissance en fonction de l'âge notée x.

$$2022 - x$$

On peut regrouper les résultats dans un tableau de valeurs

x	10	12	15	30	99
2022 - x	2012	2010	2007	1992	1923

3. Expression littérale

- **Calculer la valeur d'une expression littérale,** c'est attribuer un nombre à chaque lettre afin d'effectuer le calcul

Exemple Calculer $A = 5 \times x^2 + 3 \times (x - 1)$ pour $x = 2$

$A = 5 \times 2^2 + 3(2 - 1)$
$\quad = 5 \times 4 + 3 \times 1$
$\quad = 20 + 3$
$\quad = 23$

- **Tester une égalité** pour une valeur donné de x

Exemple $3 \times x^2 + 1 = 5 \times x - 1$ est-elle vraie pour $x = 3$? pour $x = 1$?

On calcule séparément chaque membre pour la valeur de x, puis on conclut
Pour $x = 3$

Membre de gauche
$3 \times 3^2 + 1 = 3 \times 9 + 1$
$\quad = 27 + 1$
$\quad = 28$

Membre de droite
$5 \times 3 - 1 = 15 - 1$
$\quad = 14$
$\quad \neq 28$

L'égalité n'est pas vraie pour $x = 3$

Pour $x = 1$

Membre de gauche

$3 \times 1^2 + 1 = 3 \times 1 + 1$

$= 3 + 1$

$= 4$

Membre de droite

$5 \times 1 - 1 = 5 - 1$

$= 4$

L'égalité est vraie pour $x = 1$

4. Simplification.

On peut simplifier une expression littérale en utilisant :

- Les conventions d'écriture

$a \times b = ab$	$5 \times a = 5a$	$4 \times (x + 2) = 4(x + 2)$	$(x - 1) \times (x + 2) = (x - 1)(x + 2)$
	$a \times a = a^2$ ("a au carré")	$a \times a \times a = a^3$ ("a au cube")	

Remarque : 4(x-2) se lit *" 4 facteur de x + 2"*

- Les propriétés de la multiplication

$1 \times a = a$	$0 \times a = 0$	$a \times b = b \times a$

Exemples

$2x \times 3 = 2 \times x \times 3$

$= 2 \times 3 \times x$

$= 6x$

$2x \times 3x = 2 \times x \times 3 \times x$

$= 2 \times 3 \times x \times x$

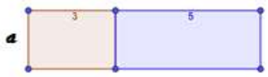
$= 6x^2$

- La distributivité

$5a + 3a = a \times (5 + 3)$

$= a \times 8$

$= 8a$



$a + 12\,a = a \times 1 + a \times 12$

$= a \times (1 + 12)$

$= 13a$

$5a - 3a = 5 \times a - 3 \times a$

$= a \times (5 - 3)$

$= a \times 2$

$= 2a$

5. Opposé

Soit a un nombre relatif quelconque l'opposé de a est noté opp(a) ou $-a$.

ATTENTION : -a peut être un nombre positif ou négatif

Si $a = 2$ alors $-a = -2$

Si $a = -5$ alors $-a = +5$

UTILISER LA DISTRIBUTIVITE

1. Simplification d'écritures

$3 \times x = 3x$

$3 \times (x + 1) = 3(x+1)$

$x \times x = x^2$

$3x \times 2 = 2 \times 3x = 6x$

$2x \times 5x = 2 \times 5 \times x \times x = 10x^2$

2. Nature d'une expression

$A = 2 \times x$: A est le **produit** de deux **facteurs** 2 et x

$B = 2 + x$: B est la **somme** de deux **termes** 2 et x

$C = 3x + 4y$: C est la somme de deux termes 3x et 4y

$D = 3 (x + 5)$: D est le produit de deux facteurs 3 et (x+ 5)

$E = 2(3x – 1) – (x – 6)$: E est la différence (somme) de deux termes $2(3x – 1)$ et $(x – 6)$

$F = 3(x – 8)(7x – 1)$: F est le produit de 3 facteurs, 3, (x-8) et (7x – 1)

$G = 4x^2 - 6x + 5$ est la somme de 3 termes $4x^2$, 6x et 5

$H = (2x – 9)^2$ est le produit de deux facteurs (2x – 9) et (2x – 9)

3. Développer un produit

« Développer une expression, c'est passer d'une expression produit à une expression somme »

Propriété :

Soient a, b et k des relatifs quelconques :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

On a donc de même : $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$

On dit que la multiplication est distributive sur l'addition

.

Exemples :

$2(x + 3) = 2 \times x + 2 \times 3$
$= 2x + 6$

$-3(5x + 1) = -3 \times 5x + (-3) \times 1$
$= -15x – 3$

$4(3x – 5) = 4 \times 3x – 4 \times 5$
$= 12x -20$

$2x(x^2 - 9x + 1) = 2x \times x^2 - 2x \times 9x + 2x \times 1$
$= 2x^3 – 18x^2 + 2x$

4. Application à la factorisation d'une somme

$$k \times a + k \times b = k(a + b)$$

Factoriser une expression permet de transformer une somme en un produit.

Remarque : Factoriser 2x + 3x permet de réduire à 5x

$2 \times x + 3\times x = x(2 + 3) = 5x$

Exemples

A = $2x^2 + 6x$

Etape 1 : Identifier les termes

A = $\boxed{2x^2}\ \boxed{+}\ \boxed{6x}$

Etape 2 : Identifier chacun des facteurs dans chacun des termes

A = $\boxed{2 \times x \times x}\ \boxed{+}\ \boxed{2 \times 3 \times x}$

Etape 3 : Identifier le facteur commun à chacun des termes

A = $\boxed{2 \times x \times x}\ \boxed{+}\ \boxed{2 \times 3 \times x}$

Etape 4 : Factoriser (appliquer ka+kb = k(a+b))

A = $2x(x + 3)$

A est sous la forme du produit de 3 facteurs (2 ; x et (x +3))

C = $\boxed{2x}\ \boxed{+}\ \boxed{2y}$

= $\boxed{2 \times x}\ \boxed{+}\ \boxed{2 \times y}$

= $2\ (x + y)$

D = $\boxed{5x}\ \boxed{+}\ \boxed{5}$

= $\boxed{5 \times x}\ \boxed{+}\ \boxed{5 \times 1}$

= $5\ (x + 1)$

E = $\boxed{(x + 1)(3x + 1)}\ \boxed{+}\ \boxed{(3x+1)(5x - 2)}$

= $\boxed{(x+1) \times (3x + 1)}\ \boxed{+}\ \boxed{(3x + 1) \times (5x - 2)}$

= $(3x + 1)\ [(x +1) + (5x - 2)]$

= $(3x + 1)\ [x + 1 + 5x - 2]$

= $(3x + 1\ )\ (x + 5x + 1 - 2)$

= $(3x + 1\ )\ (6x - 1)$

Modéliser une situation

1. Propriétés

Soient a, b et c des relatifs quelconques Si a = b alors $\begin{cases} a + c = b + c \\ a \times c = b \times c \end{cases}$

2. Définitions

2(x + 3) – 5x = -3x – 5(x – 1) est une équation du premier degré d'inconnue x.

Résoudre cette équation c'est rechercher toutes les valeurs de x pour lesquelles l'égalité est vraie.

Cas particuliers

$0x = a \ (a \neq 0)$ Aucune solution

$0x = 0$ Tout nombre est solution

3. Résolution

20x – 32 = 7x + 5	2(x + 3) – 5x = -3x – 5(x – 1)
Développer et réduire chacun des membres	
	$2 \times x + 2 \times 3 - 5x = -3x - 5 \times x + 5 \times 1$ $2x + 6 - 5x = -3x - 5x + 5$ $2x - 5x + 6 = -3x - 5x + 5$ $-3x + 6 = -8x + 5$
Regrouper tous les termes en x dans un même membre *(soustraction-addition)*	
$20x - 32 + 32 - 7x = 7x + 5 - 7x + 32$	$-3x + 8x + 6 - 6 = -8x + 8x + 5 - 6$
Réduire	
$13x = 37$	$5x = -1$
Déterminer x (*division – multiplication)*	
$\frac{13x}{13} = \frac{37}{13}$ $x = \frac{37}{13}$	$\frac{5x}{5} = \frac{-1}{5}$ $x = -\frac{1}{5}$
Vérification à la calculatrice	
$20 \times \frac{37}{13} - 32 = \frac{324}{13}$ $7 \times \frac{37}{13} + 5 = \frac{324}{13}$	$2(-\frac{1}{5} + 3) - 5 \times (-\frac{1}{5}) =$ $-3 \times (-\frac{1}{5}) - 5(-\frac{1}{5} - 1) =$

4. Résolution d'un problème.

- Désigner ce que représente l'inconnue
- Mettre le problème en équation
- Résoudre l'équation
- Conclure

Exemple :

Tom dépense $\frac{3}{5}$ de ses économies. Il lui reste 10 €.

Quel était, initialement, le montant de ses économies ?

- Soit x le montant initial des économies
- « Economies moins Dépenses égalent Reste »

$$x - \frac{3}{5}x = 10$$

- $\frac{5}{5}x - \frac{3}{5}x = 10$

  $\frac{2}{5}x = 10$

  $\frac{5}{2} \times \frac{2}{5}x = 10 \times \frac{5}{2}$

  $x = 25$
- Le montant initial de ses économies était de 25€.

4. Application à la factorisation d'une somme

$$k \times a + k \times b = k(a + b)$$

Factoriser est le procédé qui permet de transformer une somme en un produit.

Exemples

$A = 2x^2 + 6x$

Etape 1 : Identifier les termes

$A = \boxed{2x^2} \boxed{+} \boxed{6x}$

Etape 2 : Identifier chacun des facteurs dans chacun des termes

$A = \boxed{2 \times x \times x} \boxed{+} \boxed{2 \times 3 \times x}$

Etape 3 : Identifier le facteur commun à chacun des termes

$A = \boxed{2 \times x \times x} \boxed{+} \boxed{2 \times 3 \times x}$

Etape 4 : Factoriser (appliquer ka+kb = k(a+b))

$A = 2x(x + 3)$

A est sous la forme du produit de 3 facteurs (2 ; x et (x +3))

$B = \boxed{2x} \boxed{+} \boxed{3x}$

$= \boxed{2 \times x} \boxed{+} \boxed{3 \times x}$

$= x\ (2 + 3)$

$= x \times 5$

$= 5x$

$C = \boxed{2x} \boxed{+} \boxed{2y}$

$= \boxed{2 \times x} \boxed{+} \boxed{2 \times y}$

$= 2\ (x + y)$

$D = \boxed{5x} \boxed{+} \boxed{5}$

$= \boxed{5 \times x} \boxed{+} \boxed{5 \times 1}$

$= 5\ (x + 1)$

$E = \boxed{(x + 1)(3x + 1)} \boxed{+} \boxed{(3x+1)(5x - 2)}$

$= \boxed{(x+1) \times (3x + 1)} \boxed{+} \boxed{(3x + 1) \times (5x - 2)}$

$= (3x + 1)\ [(x + 1) + (5x - 2)]$

$= (3x + 1)\ [x + 1 + 5x - 2]$

$= (3x + 1\ )\ (x + 5x + 1 - 2)$

$= (3x + 1\ )\ (6x - 1)$

Statistiques

1. Vocabulaire

En **statistique**, on étudie sur une **population** un **caractère** qui peut prendre plusieurs **valeurs**.

Exemple : on a interrogé les 25 élèves de la classe de 5°Z au sujet de leur sport préféré

Les réponses suivantes ont été obtenues : football – basket – danse – handball – football – danse – basket – handball – football – football – basket – tennis – danse – danse – football – basket – football – tennis – football – basket – danse – danse – football – basket – tennis.

Dans cette enquête la **population** étudié est une classe de 5°Z
Le **caractère** étudié est le sport préféré des élèves.
Les valeurs possibles prises par le caractère sont : football, rugby, tennis , danse…..

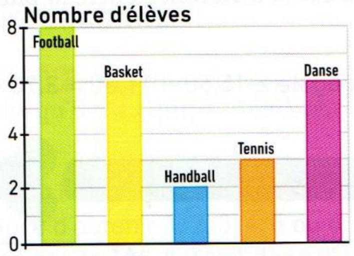
L'effectif d'une valeur est le nombre de fois où cette valeur apparaît

L'effectif total est le nombre total d'individus de la population étudiée.

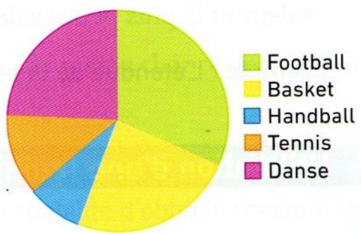
Les données peuvent être présentées dans un **tableau** ou sous la forme **de diagramme en barre, circulaire, ou en bande**

Valeurs	Football	Basket	Handball	Tennis	Danse	TOTAL
Effectifs	8	6	2	3	6	25

a. Diagramme en bâtons (ou à barres)

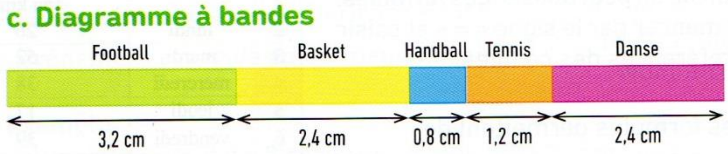


b. Diagramme circulaire



La hauteur des barres est proportionnelle aux effectifs de chaque catégorie.

c. Diagramme à bandes



Si l'on prend une bande de 10 cm, la longueur de la bande « football » est : $\frac{8}{25} \times 10 = 3,2$ cm.

2. Fréquence

La **fréquence** d'une valeur prise par le caractère étudié est le quotient de son effectif par l'effectif total.

$$\boxed{\text{Fréquence} = \frac{\text{Effectif}}{\text{Effectif Total}}}$$

Cette fréquence peut s'écrire sous la forme d'une fraction d'un nombre décimal ou d'un pourcentage.

Exemple : La fréquence de la valeur « football » est $\frac{8}{25} = 0{,}32 = 32\%$

Une fréquence est comprise entre 0 et 1.
La somme des fréquences de tous les effectifs est égale à 1.

Valeurs	Football	Basket	Handball	Tennis	Danse	Total
Effectifs	8	6	2	3	6	25
Fréquences (en fraction)	$\frac{8}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{2}{25}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{6}{25}$	1
Fréquences (en nombre décimal)	0,32	0,24	0,08	0,12	0,24	1
Fréquences (en pourcentage)	32 %	24 %	8 %	12 %	24 %	100 %

3. Moyenne

Moyenne « simple »

$$\boxed{\textbf{Moyenne} = \frac{\textbf{Somme de toutes les valeurs}}{\textbf{Nombre de valeurs}}}$$

Exemple : Notes de maths au 3$^{\text{ème}}$ trimestre

15 – 12 – 10 – 8 – 17

$$M = \frac{15 + 12 + 10 + 8 + 17}{5} = \frac{62}{5} = 12{,}4$$

Car il y a 5 notes

La moyenne est de 12,4

Moyenne pondérée

$$\boxed{\textbf{Moyenne} = \frac{\textbf{Somme des produits de chaque valeur par son effectif}}{\textbf{Effectif total}}}$$

- Ages de 30 élèves interrogés lors d'une enquête

Age	10	11	12	13
effectif	13	12	1	4

Effectif

Valeur prise par caractère

$$M = \frac{13 \times 10 + 12 \times 11 + 1 \times 12 + 4 \times 13}{13 + 12 + 1 + 4} = \frac{326}{30} \approx 10{,}9$$

Effectif total

L'âge moyen est de 10,9 ans

La moyenne est une caractéristique de **position**

4. Médiane

La médiane M d'une série de données est la valeur prise par le caractère telle que :
- au moins la moitié (50%) des valeurs de la série sont inférieures à M.
- au moins la moitié (50%) des valeurs de la série sont supérieures à M.

Lorsque l'effectif total est impair

Pour déterminer la valeur de la médiane :
- ordonner les valeurs de la série dans l'ordre croissant
- Calculer le rang : Partie entière de $\frac{E_T}{2}+1$
- Détermination de la médiane

Exemple

Exemple : Notes de maths au 3ème trimestre : 15 – 12 – 10 – 8 – 17

$\frac{E_T}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$ la médiane est donc la 3ème note

8 – 10 – $\boxed{12}$ – 15 – 17

La note médiane est 12.
L'élève a obtenu autant de notes inférieures à 12 que de notes supérieures à 12.

Lorsque l'effectif total est pair

Exemple Notes obtenues en math par Dimitri au 1ertrimestre :
13 – 9 – 12 – 19 – 8 – 4 – 15 – 14

- Classement 4 – 8 – 9 – 12 – 13 – 14 – 15 – 19

- Détermination du rang de la médiane : $\frac{E_T}{2} = \frac{8}{2} = 4$

Tout nombre compris entre la 4ème et la 5ème note
4 – 8 – 9 – 12 – 13 – 14 – 15 – 19
- Détermination de la médiane

La médiane est donc comprise entre 12 et 13.

On prendra $M = \frac{12+13}{2} = 12.5$

Au moins la moitié des notes sont inférieures à 12.5
Au moins la moitié des notes sont supérieures à 12.5

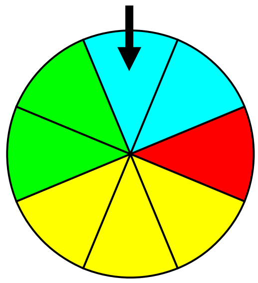
Pour déterminer la valeur de la médiane :
- ordonner les valeurs de la série dans l'ordre croissant
- calcul du rang : $\frac{E_T}{2} = N$
- Tout nombre compris entre la N^{ème} et la (N+1)^{ème} note peut être pris pour médiane (en général on prend la demi-somme)
- Détermination de la médiane

La moyenne est une caractéristique de **position**

Découvrir la notion de Probabilité

I. Expérience aléatoire

- On lance une pièce de monnaie et on regarde la face supérieure.
- On lance un dé à six faces et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus.
- On fait tourner une roue marquée sur ses secteurs de couleurs différentes et on regarde le secteur marqué par la flèche.



Une expérience *(lancé un dé par exemple)* est aléatoire lorsque :
- l'on connaît tous les résultats ou issues possibles *(pile ou face)*
- le résultat n'est pas prévisible
- l'expérience est reproductible dans les mêmes conditions

II. Notion d'évènement

Un **évènement** est un ensemble d'issues lors d'une expérience aléatoire. Il est donc constitué de zéro, une ou plusieurs issues.
Un évènement réalisé par une seule issue est un **évènement élémentaire**.

Exemples
Lorsque l'on jette un dé à six faces
« Obtenir un 3 » est un évènement élémentaire.
« Obtenir un pair » est un évènement.

.

III Probabilités

La probabilité d'obtenir « Pile » lorsque l'on jette une pièce de monnaie est $\frac{1}{2}$

On peut également exprimer cette probabilité sous la forme d'un nombre décimal 0,5 ou sous la forme d'un pourcentage 50%

La probabilité d'un évènement est un nombre compris entre 0 et 1

Lorsque chaque issue a la même chance de se réaliser on dit qu'il y a équiprobabilité.

Lorsque l'on jette un dé il y a équiprobabilité.
Il y a « une chance sur six » d'obtenir chacun des numéros
La probabilité d'obtenir « 5 » lorsque l'on jette un dé est donc $\frac{1}{6}$

Lorsque l'on fait tourner la roue ci-dessus il n'y a pas équiprobabilité.
**Probabilité « d'obtenir rouge » : $\frac{1}{8}$ Probabilité « d'obtenir vert » : $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Probabilité « d'obtenir bleu » : $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ Probabilité « d'obtenir jaune » : $\frac{3}{8}$

IV Evenements particuliers

Un évènement dont la probabilité est égale à 0 est un **évènement impossible**
Un évènement dont la probabilité est égale à 1 est un **évènement certain**
L'événement contraire de A est l'**événement** constitué de toutes les issues qui ne sont pas dans A. **On le note $\overline{A}$**

Soit A l'évènement « Obtenir un 6 »
L'évènement contraire *à l'évènement A est l'évènement « Ne pas obtenir un 6 » ou*

l'évènement « obtenir1 ;2 ;3 ;4 ou 5 ».

V Propriétés

Soit A un évènement lors d'une expérience aléatoire

- $p(A) = \dfrac{\text{Nombres de cas favorables pour réaliser A}}{\text{Nombre de cas possibles}}$
- La somme des probabilités de tous les évènements élémentaires est 1
- $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$

Exemples
Lorsque l'on jette un dé à six faces
On note A l'évènement : « Obtenir un 3 »
On a alors $p(A) = \frac{1}{6}$ et $p(\overline{A}) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$
On note P l'évènement : « Obtenir un nombre pair »
On a alors $p(P) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
La somme des probabilités des issues : $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$

CALCULER UNE QUATRIEME PROPORTIONNELLE

I GENERALITES

1. <u>Définition</u>

Deux grandeurs *X* et *Y* sont dites proportionnelles lorsque pour passer de toutes les valeurs prises par l'une à toutes les valeurs prises par l'autre on multiplie par un même nombre k (non nul) appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exemple

Dans une recette de gâteau, il faut 200 g de farine pour quatre personnes. On peut alors exprimer la quantité de farine **en fonction** du nombre de personnes à l'aide d'un tableau.

:50

Nombre de Personnes	4	2	8	10	24
Quantité de Farine (en g)	200	100	400	500	1 200

Pour calculer les quantités de farine, on multiplie les nombres de personnes par 50. On dit que les quantités de farine sont proportionnelles aux nombres de personnes
Inversement pour calculer le nombre de personne en fonction de la quantité de farine, on divise par le coefficient de proportionnalité, donc par 50

2. <u>Calcul d'une quatrième proportionnelle</u>

<u>Recherche du coefficient de proportionnalité («Ancienne règle de trois ») :</u>

<u>Problème :</u> trouver le nombre manquant dans le tableau de proportionnalité suivant :

Quantité de carburant (en litre)	30	42
Prix à payer (en euro)	31,8	x

x 1,06

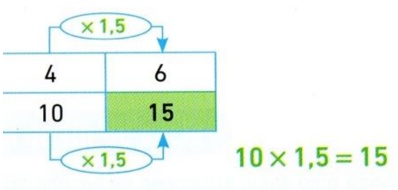
30 L coûtent 31,8 €

donc 1 L coûte 31,8 ÷ 30 = 1,06 € (1,06 est le coefficient cherché)

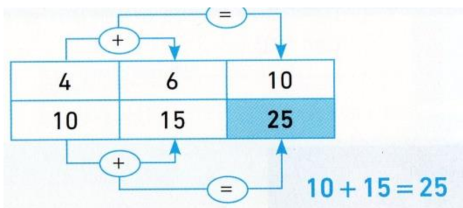
et ainsi 42 L coûtent 42 x 1,06 = 44,52 €

x = 44,52

<u>En utilisant les propriétés de la proportionnalité</u>



Cette propriété est aussi vraie pour la division



Cette propriété est aussi vraie pour la soustraction

II EXEMPLES D'APPLICATIONS

1. Pourcentage

Dans une classe, 10% des élèves portent des lunettes signifie sur 100 élèves, 10 portent des lunettes.
Exemple : dans une classe de 30 élèves :

Nombre total d'élèves	100	30
Nombre d'élèves portant des lunettes	10	x

10 : 100 = 0,1
$x = 30 \times 0,1 = 3$

donc trois élèves portent des lunettes dans cette classe.

2. Echelle

Sur un plan, les distances sont proportionnelles aux distances réelles. On appelle « échelle » le coefficient de proportionnalité qui permet de passer des distances réelles aux distances du plan (les distances étant exprimées dans la même unité).

Exemple : sur une carte on peut lire : « réduction à l'échelle $\frac{1}{25\ 000}$ ». Cela signifie que 1 cm sur la carte correspond à 25 000 cm (250 m) dans la réalité.

Distance sur le plan (en cm)	1	0,04	40	2
Distance réelle (en cm)	25 000	1 000	1 000 000	50 000

÷ 25 000

x 25 000

il faut absolument utiliser la même unité

ORGANISATION1GESTION DE DONNEES FONCTIONS OGDF25

RESOUDRE DES PROBLEMES DE PROPORTIONNALITE

1. Produit en croix

Soient *a, b, c, d* quatre nombres relatifs non nuls alors :

Si

a	c
b	d

est un tableau de proportionnalité alors $a \times d = b \times c$

On a alors $a = \dfrac{b \times c}{d}$

De même $b = \dfrac{a \times d}{c}$ $\quad c = \dfrac{a \times d}{b}$ $\quad$ et $\quad d = \dfrac{b \times c}{a}$

Exemple

3	7
x	11

Est un tableau de proportionnalité

$$x = \frac{3 \times 11}{7} = \frac{33}{7}$$

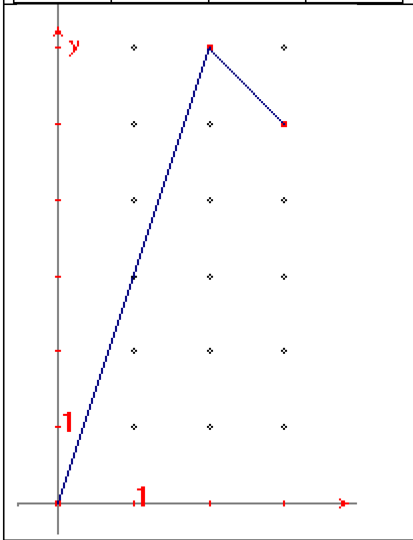
2. Caractérisation graphique

La représentation graphique associée à une situation de proportionnalité est une droite passant par l'origine.

Exemples :

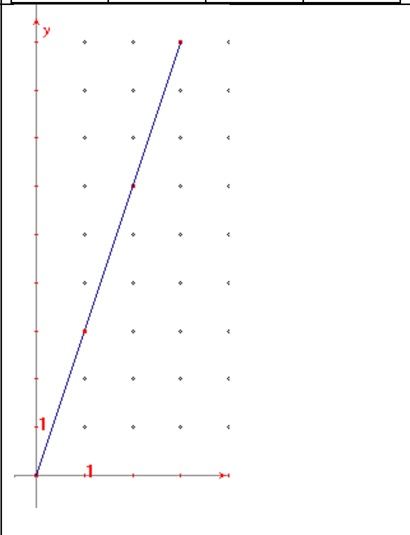
X et Y ne sont pas proportionnels

X	0	2	3
Y	0	6	5



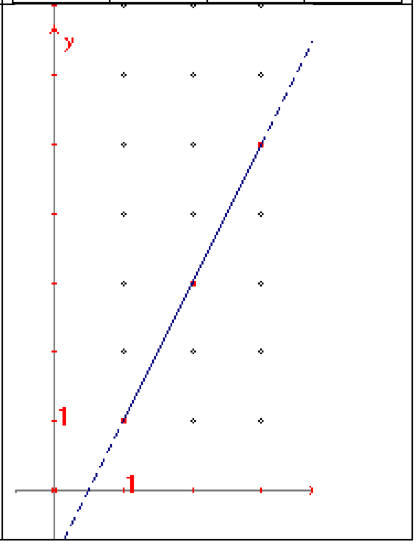
X et Y sont proportionnels

X	1	2	3
Y	3	6	9



X et Y ne sont pas proportionnels

X	1	2	3
Y	1	3	5



On a aussi :

Si $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ alors $\begin{cases} \dfrac{b}{a} = \dfrac{d}{c} \\ \dfrac{a}{c} = \dfrac{b}{d} \end{cases}$

ORGANISATION1GESTION DE DONNEES FONCTIONS OGDF25

3. Application aux pourcentages

a) Appliquer un pourcentage

Dans un collège de 620 élèves il y a 20 % de demi-pensionnaires.
Combien y - -t-il de demi pensionnaires ?

Sens : S'il y avait 100 élèves il y aurait 20 demi-pensionnaires.

Résolution

- A l'aide d'un tableau

Demi-pensionnaires	20	124
Elèves	100	620

$\frac{20 \times 620}{100} = 124$ il y a 124 demi-pensionnaires

- 20% **des** élèves = $\frac{20}{100} \times 620 = 124$

b) Calculer un pourcentage

Dans la classe il y a 26 élèves, dont 9 filles. Quel est le pourcentage de filles dans la classe ?

Résolution

- A l'aide d'un tableau

Nombre de filles	35	9
Nombre d'élèves	100	26

$\frac{9 \times 100}{26} \approx 35$ Il y a 35% de filles dans la classe de 5C

- $\frac{\text{Nombre de filles}}{\text{Nombre d'élèves}} \times 100 = \frac{9}{26} \times 100 \approx 35$

c) Calculer un total

Dans le collège il y a 33 % des élèves qui viennent à pied soit 198 collègiens.
Combien y - -t-il d'élèves dans ce collège ?

Sens : S'il y avait 100 élèves il y aurait 33 qui viendraient à pied.

Résolution

- A l'aide d'un tableau

Eleves venant à pied	33	198
Elèves	100	600

$\frac{198 \times 100}{33} = 600$ il y a 600 élèves dans ce collège

- 33% **des** élèves = 198

$\frac{33}{100} \times ? = 198$

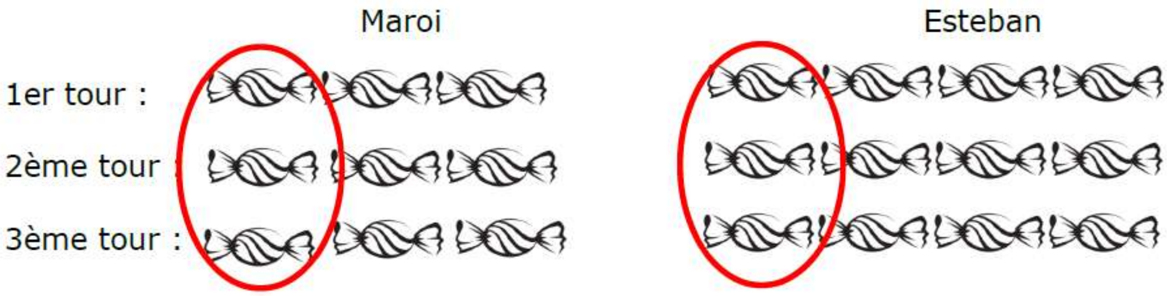
$0{,}33 \times ? = 198$

$? = 198 : 0{,}33 = 600$

UTILISER LA NOTION DE RATIO

Introduction : Une poche de bonbons est partagée entre Maroi et Esteban dans un ration 3 :4 (*« 3 pour 4 »)*. Cela veut dire qu'Esteban reçoit 4 bonbons quand Maroi en reçoit 3. C'est un partage inégal.

Après avoir manipulé les « bonbons » fournis, représenter cette situation ci-dessous.



………tour : ………………………………. ……………………………………

Soit ***a*** le nombre de bonbons reçus par Maroi et ***b*** le nombre de bonbons reçus par Maroi.
En calculant ***a*** : 3 et ***b*** : 4 on retrouve le « nombre de tours qui ont été nécessaires »

<u>Définition</u>

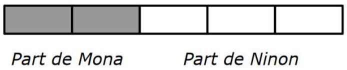
On dit que deux nombres ***a*** et ***b*** sont dans le ratio 3:4 si $\frac{a}{3} = \frac{b}{4}$

Un ratio exprime une comparaison entre deux quantités

Exemple 1

240€ sont partagés entre Mona et Ninon dans le ratio 2:3 . Combien chacune d'elles reçoit-elle?

Représentation de la situation :



On peut dire que:

–Les 240€ sont partagés en cinq parties égales, Mona en reçoit deux et Ninon en reçoit trois.

–Si on partage la somme d'argent de Mona en 2 parts égales, cela est égal à la somme d'argent de Ninon partagée en 3 parts égales.

Calculs : $240 \div 5 = 48$ $\quad 48 \times 2 = 96$ $\quad 48 \times 3 = 144$

Conclusion : Mona reçoit 96€ et Ninon reçoit 144€.

Vérification : On a bien $\frac{96}{2} = \frac{144}{3} = 48$

Exemple 2

On dispose de 8 sucettes et 6 bonbons

On peut dire que les sucettes et les bonbons sont dans la ratio
8 : 6

Autre « répartition » possible avec le même ensemble de bonbons et sucettes

On peut dire que les sucettes et les bonbons sont dans la ratio
4 : 3

Le ratio 8 : 6 est donc le même que le ratio 4 : 3

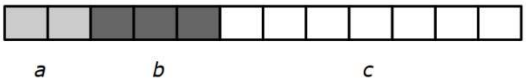
Remarque : l'écriture d'un ration n'est donc pas unique

Le ratio 16 : 20 est donc le même que le ratio 8 : 10 ou que le ratio 4 : 5

OGDF Ratio – 5&4

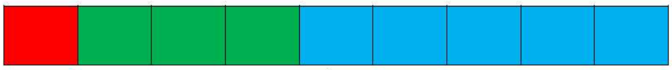
Définition

On dit que trois nombres a et b et c sont dans le ratio 2 : 3 :7 si $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{7}$



***Exemple 1*: Le partage de 207 000 € entre Kim, Yassir et Sophie se fait dans le ratio 1:3:5. Combien chaque personne reçoit-elle ?**

1:3:5 veut dire que quand Kim reçoit une part, Yassir en reçoit 3 et Sophie en reçoit 5 : il y a donc un partage entre 9 parts identiques.

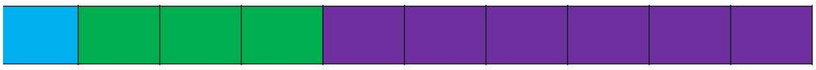


207 000 / 9 = 23 000

Kim reçoit 23 000 € *Yassir reçoit 23 000 × 3 = 69 000 €* *Sophie reçoit 23 000 × 5 = 115 000 €*

***Exemple2* : Trois amis mettent en commun leur argent de poche. Eva a trois fois plus d'argent que Stéphane. Marine a le double d'Eva.**

a) Ecrire le ratio des sommes apportées par Stéphane, Marine et Eva.



Stéphane a 1 part *Eva a donc 3 parts* *Marine a donc 6 parts.*
Le ratio entre Stéphane, Marine et Eva est 1 : 6 : 3

b) Ils ont en tout 140 €. Quelle somme avait Eva au départ ?

Il y a 10 parts en tout, donc 140 : 10 = 14 €
Eva avait donc 14 × 3 = 42 €

***Exemple 3*:**

La longueur et la largeur d'un rectangle sont dans le ratio 5:2. Son périmètre est de 84 cm. Quelle est sa longueur ?

1ère méthode :

P = 14 × ℓ

Donc 14 × ℓ = 84 cm

Donc ℓ = 6 cm

La longueur du rectangle est de 5 × 6 = 30 cm.

2ème méthode :

L = 5/2 × ℓ

Donc P = 2ℓ + 2 × 5/2ℓ = 7 × ℓ = 84 cm

Donc ℓ = 12 cm et L = 30 cm

Calculer des longueurs et des aires

Unités de longueur

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

1 dam = 10 m

Unités d'aires

1 m^2 représente l'aire d'un carré de 1m de côté.
1 dam^2 représente l'aire d'un carré de 1dam de côté.
1 carré de 1 dm^2 « contient » 100 carrés de 1cm^2 donc 1 dm^2 = 100 cm^2 = 10 000mm^2

km^2	hm^2 ha	dam^2 a	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
			3	0 0	0 0	
	2 4	5 0	0 0			
		4	3 2	4 8		
	0	7 1	4 0			

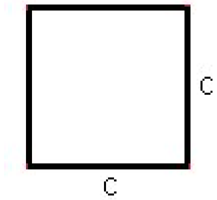
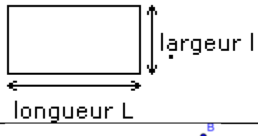
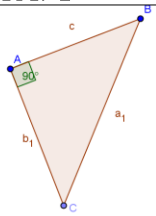
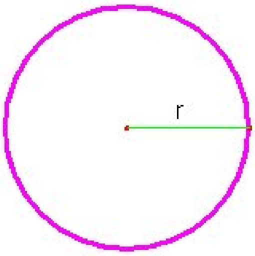
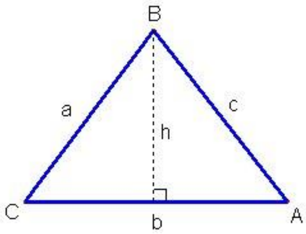
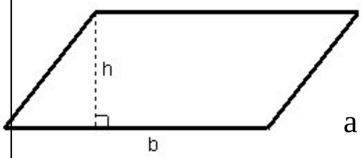
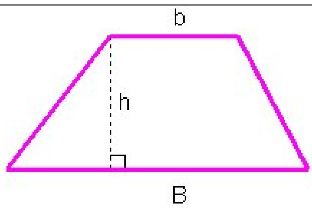
3 m^2 = 30 000 cm^2
24,5 hm^2 = 245 000m^2
432,48 m^2 = 4,3248 dam^2

Autre unité d'aire : 1ha = 1hm^2

Un hectare représente l'aire d'un carré de 100m par 100m

Exemple :
Le stade de Marseille (Le Vélodrome) est un rectangle de 105m par 68 m
Son aire est donc de 105 × 68 = 7140 m^2 soit 0,714 ha

GRANDEURS&MESURES GM30

Nom	Figure	Périmètre	Aire
Carré		$4 \times c$	C^2
Rectangle		$(L + l) \times 2$ Ou $2L + 2l$	$L \times l$
Triangle rectangle		$a + b + c$	$\frac{c \times b}{2}$
Disque		$2\pi r$ Ou $\pi \times d$	$\pi \times r^2$
Triangle		$a + b + c$	$\frac{b \times h}{2}$
Parallélogramme		$2a + 2b$	$b \times h$
Trapèze			$\frac{(B + b) \times h}{2}$

GRANDEURS&MESURES GM31-5&4

Calculer des volumes

Unités de volume

1 cm^3 représente le volume d'un cube de 1cm de côté.
1 dm^3 représente le volume d'un cube de 1dm de côté.
1 cube de 1 dm^3 « contient » 1000 cubes de $1cm^3$ donc 1 dm^3 = 1000 cm^3 = 1 000 000mm^3

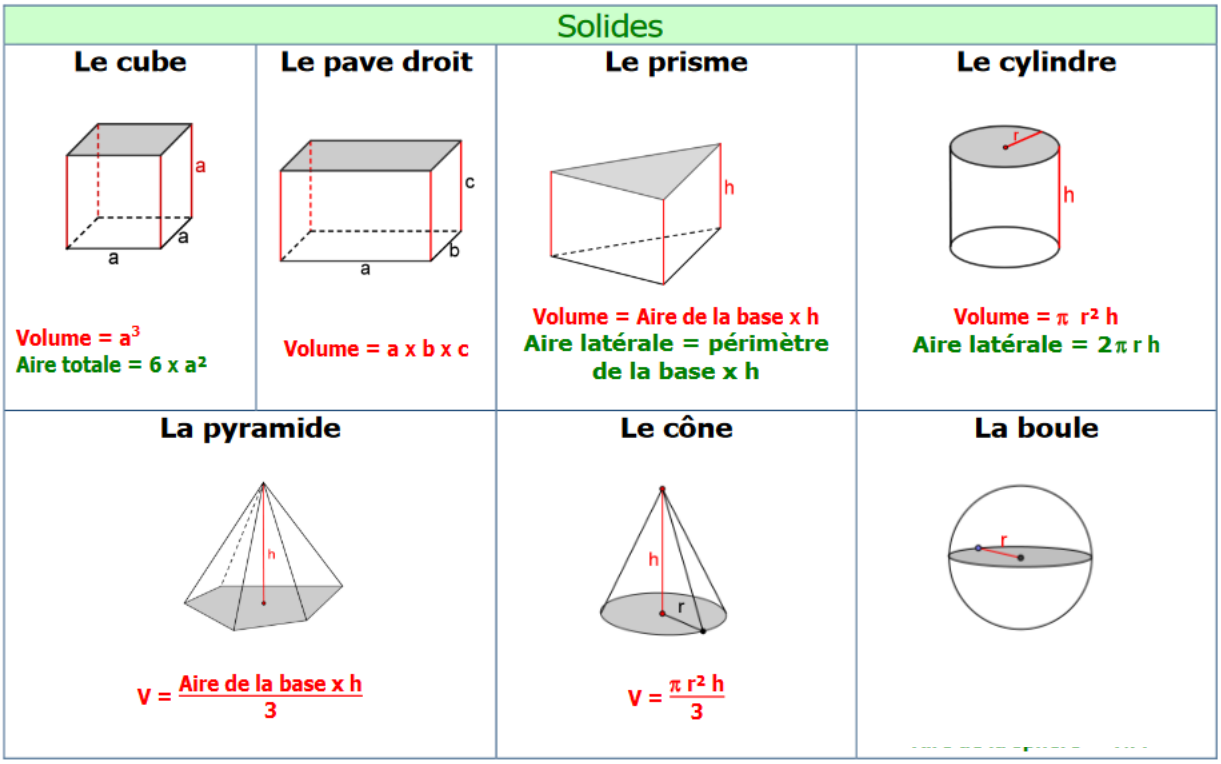
hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
									hl	dal	l	dl	cl	ml			
							3	2	0	0	0	0	0	0			
											0	0	5	1	3		

32 m^3 = 32 000 000 cm^3
51,3 cm^3 = 0, 0513 dm^3

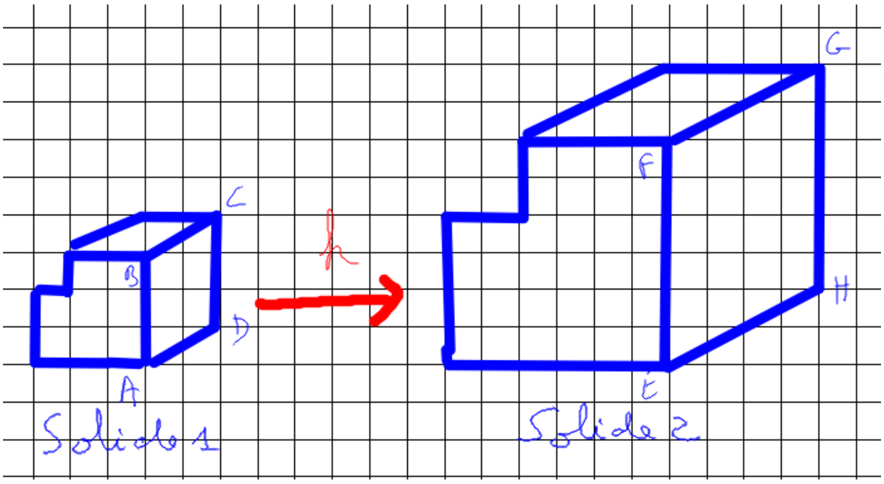
Unités de capacité

1 litre = 1 dm^3

<u>**Volumes des solides usuels**</u>



EFFET D'UN AGRANDISSEMENT REDUCTION



Le solide 2 est **un agrandissement** du solide 1.
Toutes les longueurs sont multipliées par un même nombre k appelé **rapport de l'agrandissement.**

k > 1

Le solide 1 est **une réduction** du solide 2.
Toutes les longueurs sont multipliées par un même nombre k' appelé **rapport de la réduction.**

k' < 1

Remarque : On a alors k' = 1/k

Lors d'un agrandissement ou d'une réduction les longueurs des côtes de la figure initiale sont proportionnelles aux longueurs des côtés de la figure finale

Lors d'un agrandissement ou d'une réduction les mesures des angles sont inchangées.
Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport k les aires sont multipliées par k^2.
Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport k les volumes sont multipliés par k^3.

D'où:
[AB] ⟶ [EF] donc EF = k x AB
ABCD ⟶ EFGH donc Aire(EFGH) = k^2 x Aire(ABCD)
Solide 1 ⟶ Solide 2 donc Volume (solide 2) = k^3 x volume (solide 1)

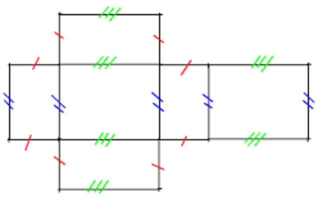
ESPACE & GEOMETRIE EG34

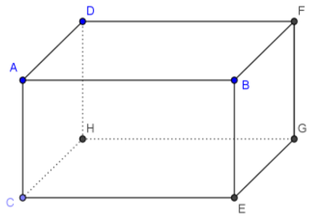
REPRESENTATION DES SOLIDES DE L'ESPACE

1. Pavé droit

Dessin en perspective cavalière.

Description
Le pavé droit est un solide formé de 6 faces rectangulaires (deux à deux superposables)
Il possède 12 arêtes et 8 sommets.



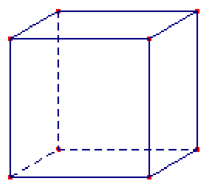


Cas particulier Le Cube

Dessin en perspective cavalière.

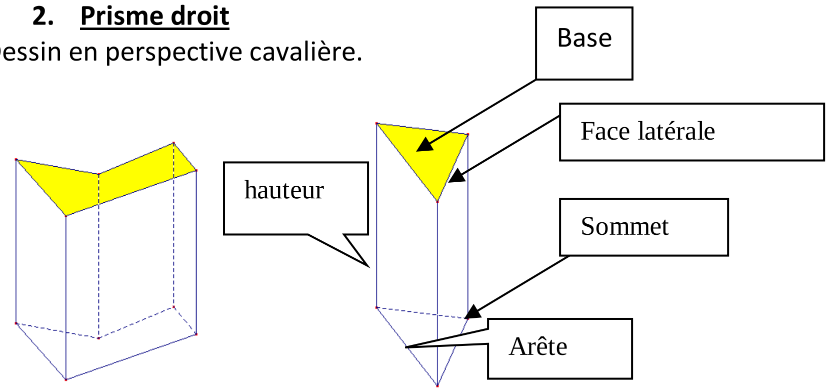
Description

Le cube est un solide formé de 6 faces carrées (toutes superposables)
Il possède 12 arêtes et 8 sommets.



2. Prisme droit

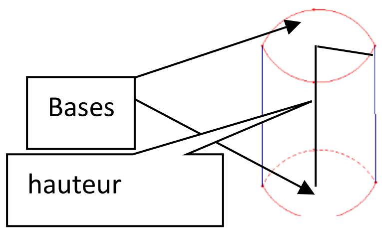
Dessin en perspective cavalière.

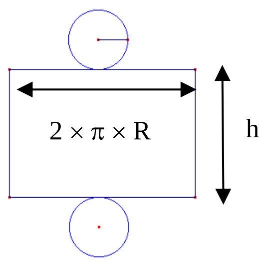


Un prisme droit est un solide formé de deux bases polygonales superposables et parallèles, et de faces latérales rectangulaires.

3. Cylindre

Un cylindre de révolution est un solide engendré par un rectangle qui tourne autour de l'un de ses côtés.
Les plans contenant les deux bases sont parallèles
Les bases sont des disques



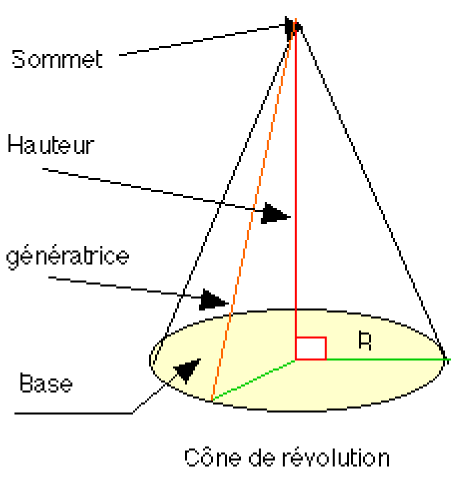


Le patron d'un cylindre est constitué :

- de deux disques superposables.
- d'un rectangle.

ESPACE & GEOMETRIE EG34

4. Côna de révolution



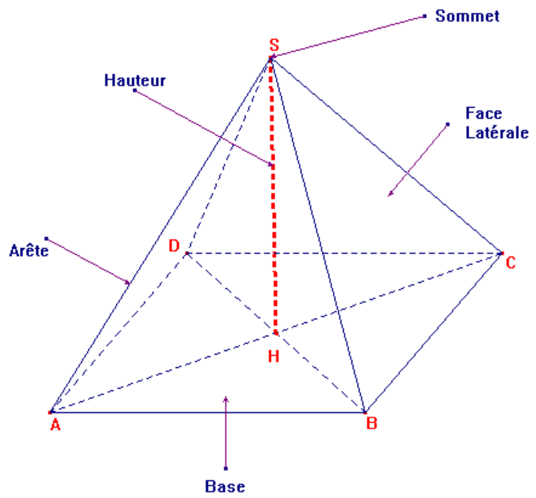
Cône de révolution

Le cône de révolution est un solide engendré par un triangle rectangle qui fait un tour complet autour de l'un des côtés de l'angle droit.

La base est un disque

5. Pyramide

Dessin en perspective cavalière.



Une pyramide est un solide dont la base est un polygone et les faces latérales des triangles qui ont un sommet commun.

La hauteur est la perpendiculaire à la base passant par le sommet.

Une pyramide est régulière lorsque :

- sa base est un polygone régulier.(triangle équilatéral, carré..)
- la hauteur passe par le centre de la base.

Remarques :

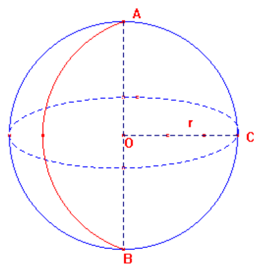
- Dans une pyramide régulière les faces latérales sont des triangles isocèles
- Lorsque la base est un triangle, la pyramide est alors appelée : tétraèdre

6. La sphère – la boule

Dans l'espace, la **sphère** de centre O et de rayon r est la surface constituée de tous les points situés à la distance r du point O.
Pour tout point M de la sphère on a OM = r

Pour tout point M de la boule on a OM ≤ r (« sphère pleine »)

-



Représentation en perspective cavalière :
Sur la sphère ci-contre :
. O est le centre
. [OC] est un rayon
. [AB] est un diamètre

-
- On appelle **grand cercle** de la sphère tout cercle ayant le même centre et le même rayon que la sphère.

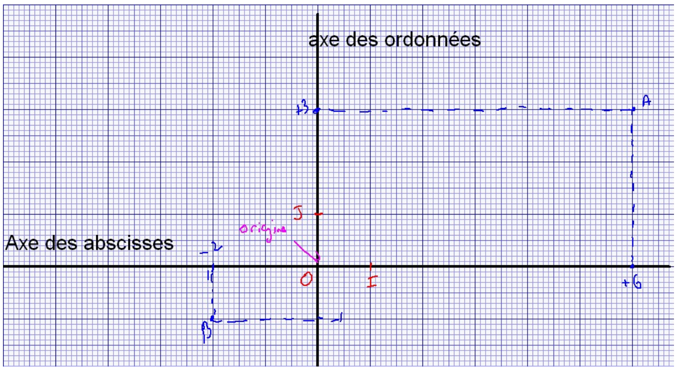
ESPACE & GEOMETRIE EG35 4eme

SE REPERER DANS L'ESPACE

1. Rappel : repérage dans le plan

Pour déterminer un repère du plan il faut 3 points (O, I, J)
O est l'origine du repère.
(OI) est l'axe des abscisses et OI = 1 unité
(OJ) est l'axe des ordonnées et OJ = 1 unité

Tout point du plan peut alors être repéré à l'aide de ses
Coordonnées (abscisse ; ordonnée)

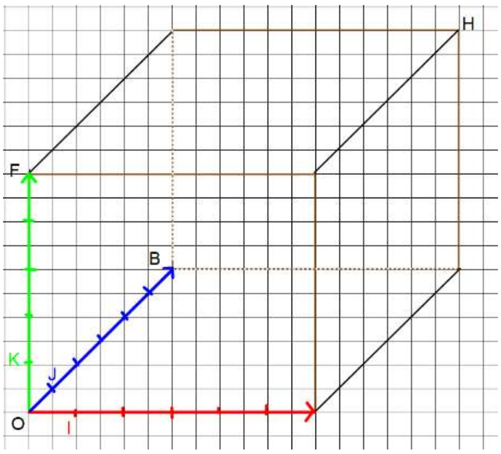


Exemples
L'abscisse de A est +6 on note $x_A = +6$
L'ordonnée de A est +3 on note $y_A = +3$
Les coordonnées de A sont +6 et +3 on note A(+6 ;+3)
On a aussi $x_B = -2$; $y_B = -1$ B(-2 ;-1)

2. Repérage dans un parallélépipède rectangle

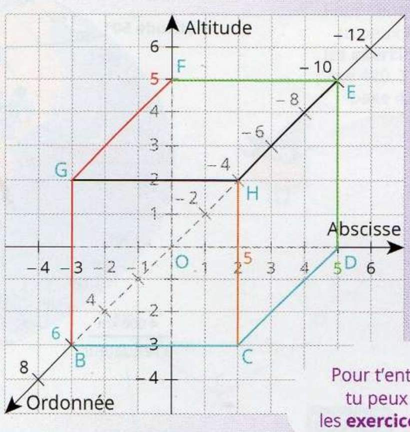
Les points (O,I,J,K) forment un repère de l'espace
La droite (OI) est l'axe des abscisses
La droite (OJ) est l'axe des ordonnées
La droite (OK) est l'axe des altitudes (ou des côtes)

Dans le repère (O,I,J,K)
- Le point O a pour coordonnées (0, 0 ,0)
- Le point I a pour coordonnées (1, 0 , 0)
- Le point J a pour coordonnes (0, 1 ,0)
- K (0, 0 ,1) F(0, 0 ,5) B (0, 6 ,0) H(5, 6 ,5)



1 Lire les coordonnées des sommets d'un pavé droit

Énoncé OBCDEFGH est un pavé droit.
Déterminer les coordonnées de ses sommets.



Solution

- Le point D est sur l'axe des abscisses ; ses coordonnées sont donc (5 ; 0 ; 0).
- Le point B est sur l'axe des ordonnés ; ses coordonnées sont donc (0 ; 6 ; 0).
- Le point F est sur l'axe des altitudes ; ses coordonnées sont donc (0 ; 0 ; 5).
- E a même abscisse que D, même ordonnée que O et même altitude que F : D(5 ; 0 ; 5).
- C a même abscisse que D, même ordonnée que B et même altitude que O : C(5 ; 6 ; 0).
- G a même abscisse que O, même ordonnée que B et même altitude que F : G(0 ; 6 ; 5).
- H a même abscisse que C, même ordonnée que C et même altitude que F : H(5 ; 6 ; 5).

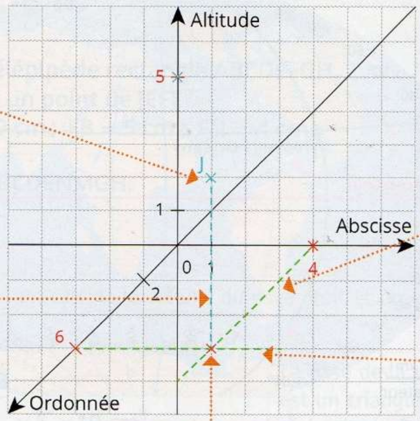
Pour t'entraîner, tu peux faire les **exercices 1** et **2** page 417.

2 Placer un point dans un repère de l'espace

Énoncé Placer le point J de coordonnées (4 ; 6 ; 5) dans le repère.

Solution

1. On place :
   - le point d'abscisse 4 sur l'axe des abscisses ;
   - le point d'ordonnée 6 sur l'axe des ordonnées ;
   - le point d'altitude 5 sur l'axe des altitudes.



2. On trace la droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point l'abscisse 4.
3. On trace la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par le point d'ordonnée 6.
4. On obtient à l'intersection des deux droites, le point de coordonnées (4 ; 6 ; 0).
5. À partir du point (4 ; 6 ; 0), on trace une droite parallèle à l'axe de l'altitude.
6. On reporte la longueur 5 sur cette droite et on obtient l'emplacement du point J.

Pour t'entraîner, tu peux faire les **exercices 7** page 418 et **8** page 419.

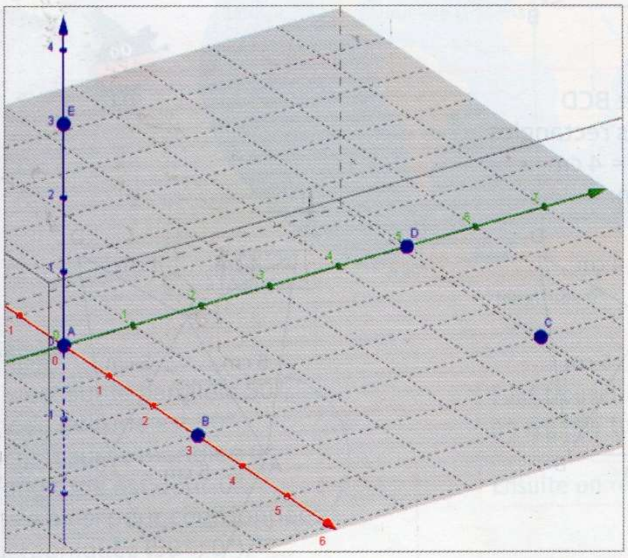
Construire un pavé droit avec un logiciel de géométrie

Énoncé Soit ABCDEFGH un pavé droit tel que A(0 ; 0 ; 0), B(3 ; 0 ; 0), D(0 ; 5 ; 0) et E(0 ; 0 ; 3).
Déterminer les coordonnées des points C, F, G et H.

Solution Dans le menu *Affichage*, on sélectionne « Graphique 3D ».

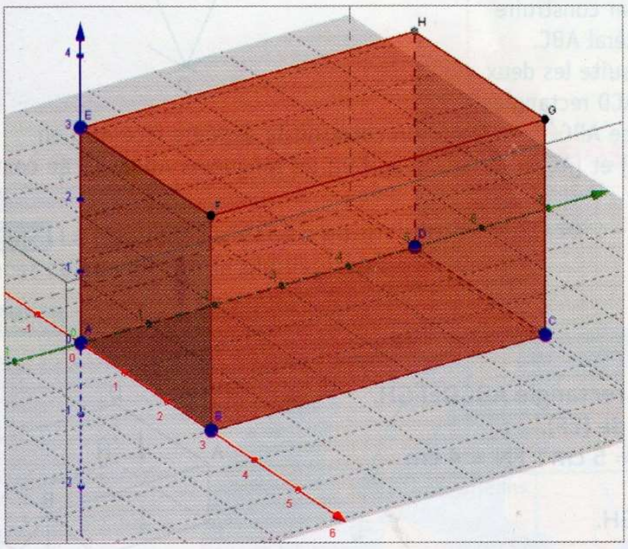
Saisie: A=(0,0,0)

Dans le champ de saisie en bas de l'écran, on saisit les coordonnées des quatre points dont on connaît les coordonnées afin de placer ces points.



Après avoir fait un clic droit et cliqué sur « Grille », on place le point C de manière à obtenir un rectangle sur le quadrillage à outil *Point*.

On utilise l'outil *Prisme* et on clique sur les points A, B, C, D, A et E dans cet ordre. On obtient le pavé droit ABCDEFGH.



▸ Algèbre

Point
- A = (0, 0, 0)
- B = (3, 0, 0)
- C = (3, 5, 0)
- D = (0, 5, 0)
- E = (0, 0, 3)
- F = (3, 0, 3)
- G = (3, 5, 3)
- H = (0, 5, 3)

On lit les coordonnées des points dans la fenêtre Algèbre.

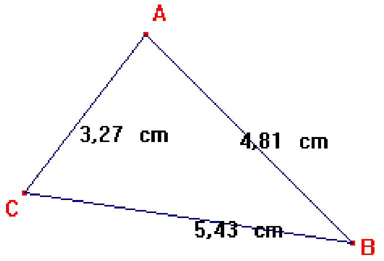
Pour t'entraîner, tu peux faire les **exercices 9** page 418 et **36** page 420.

ESPACE & GEOMETRIE EG37

CONNAITRE ET UTILISER LES TRIANGLES

I INEGALITE TRIANGULAIRE

Dans un triangle le côté le plus long à une longueur inférieure à la somme des deux autres côtés.



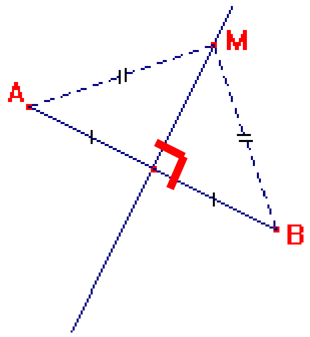
AC + AB = 3,27 + 4,81 = 8,08 > 5,43

BC < AC + AB

Si le coté le plus long a une longueur égale à la somme des deux autres cotés alors les 3 points sont alignés (le triangle est aplati)

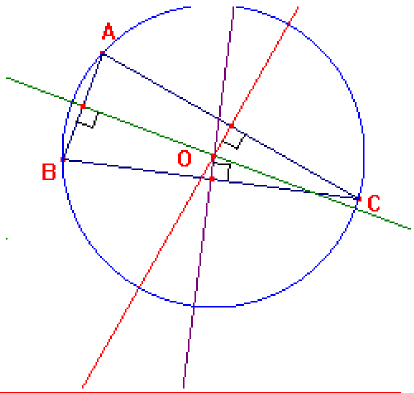
II QUELQUES « DROITES » DU TRIANGLE

1. Médiatrice



La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu

La médiatrice d'un segment est l'ensemble des points à égale distance des extrémités du segment.



Les médiatrices des côtés d'un triangle sont concourantes.
Le point de concours des médiatrices est le centre du cercle circonscrit au triangle.

On a OA = OB = OC

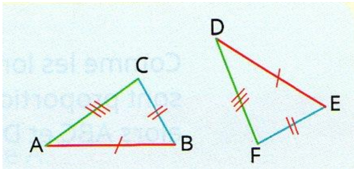
2. Hauteur

Définition : On appelle hauteur d'un triangle toute droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé.

EGALITE DE TRIANGLES

1. Définition

On dit que deux triangles sont égaux lorsque leurs trois côtés sont respectivement de même longueur.

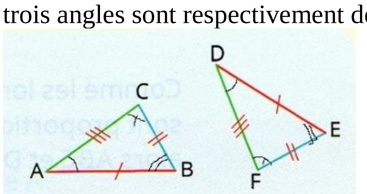


Deux triangles égaux sont superposables.

On a $\begin{cases} AB = DE \\ AC = DF \\ BC = EF \end{cases}$ et on dit que [AB] et [DE] sont des côtés homologues…….

2. Propriété

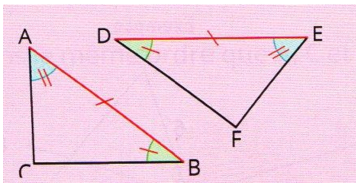
Lorsque deux triangles sont égaux leurs trois angles sont respectivement de même mesure.



On a $\begin{cases} \widehat{ACB} = \widehat{DFE} \\ \widehat{CBA} = \widehat{FED} \\ \widehat{BAC} = \widehat{EDF} \end{cases}$ et on dit que $\begin{cases} \widehat{ACB} \text{ et } \widehat{DFE} \text{ sont des angles homologues} \\ \text{C et F sont des sommets homologues} \end{cases}$ ……

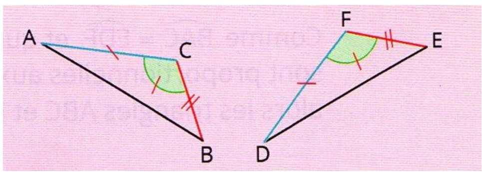
3. Pour prouver que deux triangles sont égaux

Si deux triangles ont un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure alors ces triangles sont égaux.



Je sais que : $\begin{cases} AB = DE \\ \widehat{CAB} = \widehat{FED} \\ \widehat{CBA} = \widehat{FDE} \end{cases}$ **donc** ABC et EDF sont égaux.

Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur alors ces triangles sont égaux.



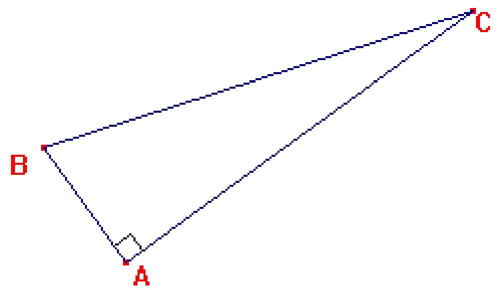
Je sais que $\begin{cases} \widehat{ACB} = \widehat{DFE} \\ CA = FD \\ CB = FE \end{cases}$ **donc** ABC et EDF sont égaux

CHAPITRE 4 6 CONNAITRE ET UTILISER LE THEOREME DE PYTHAGORE

Triangle Isiaque *Bio*

1. Enoncé du théorème

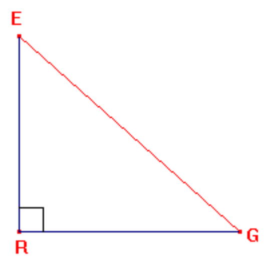
Dans un triangle rectangle le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.



Si ABC est un triangle rectangle en A **alors** **BC²** $= AB^2 + AC^2$

Illustration1 Illustration 2

Exemples :



avec ER = 8 et RG = 11

Calculer EG

Je sais que

ERG **est un triangle rectangle en** R **donc d'après le Théorème de Pythagore**

$$EG^2 = ER^2 + RG^2$$

$$EG^2 = 8^2 + 11^2$$

$$EG^2 = 64 + 121$$

$$EG^2 = 185$$

On utilise la touche $\sqrt{\ }$ (racine) de la calculatrice pour obtenir EG ou une valeur approchée de EG.

EG ≈ 13,6 (valeur approchée au dixième)

2. <u>Réciproque</u>

Soit MNP un triangle

Si $MN^2 = MP^2 + NP^2$ alors MNP est un triangle rectangle en P.

Exemple :

On donne RA = 3 cm ; AT = 4 cm et RT = 5 cm

1. Calculs

$$\begin{cases} RT^2 = 5^2 = 25 \\ RA^2 + AT^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 \end{cases}$$

2. Comparaison

donc $RT^2 = RA^2 + AT^2$

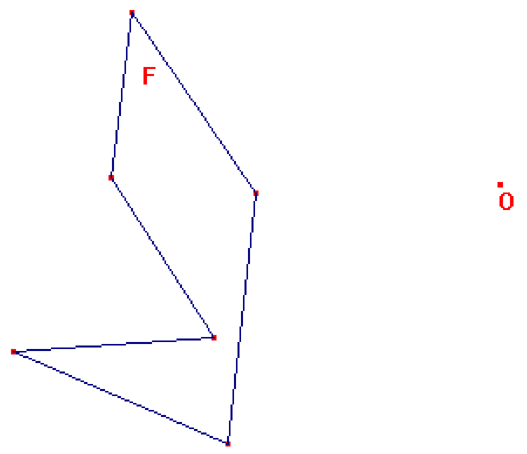
3.Utilisation de la réciproque

<u>**Je sais que**</u>
$RT^2 = RA^2 + AT^2$ <u>**donc**</u> *d'après la réciproque du théorème de Pythagore* TAR est un triangle rectangle en A.

UTILISER UNE SYMETRIE

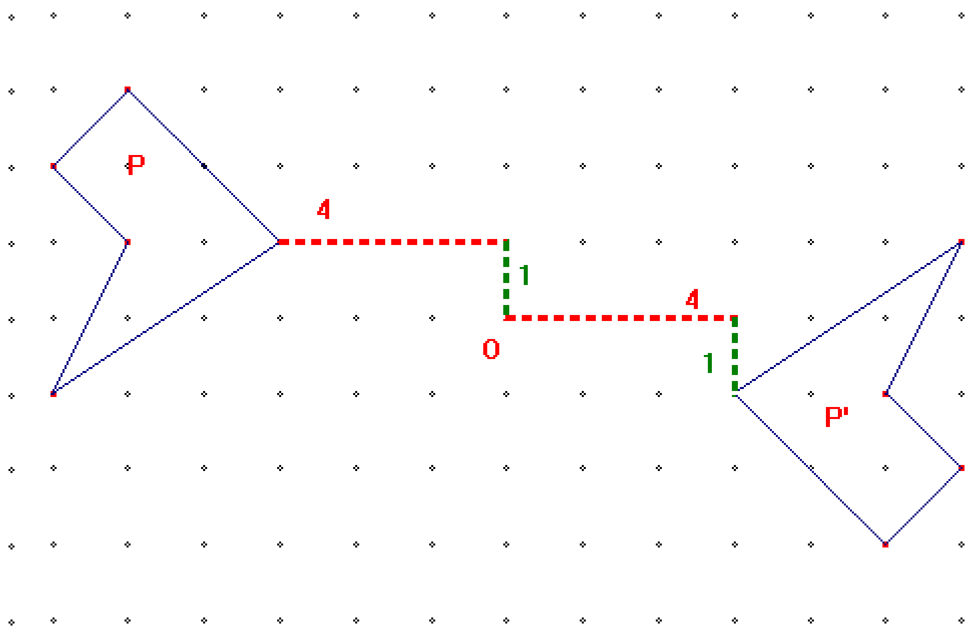
I CONSTRUCTION DU SYMETRIQUE D'UNE FIGURE

1. A l'aide de papier calque



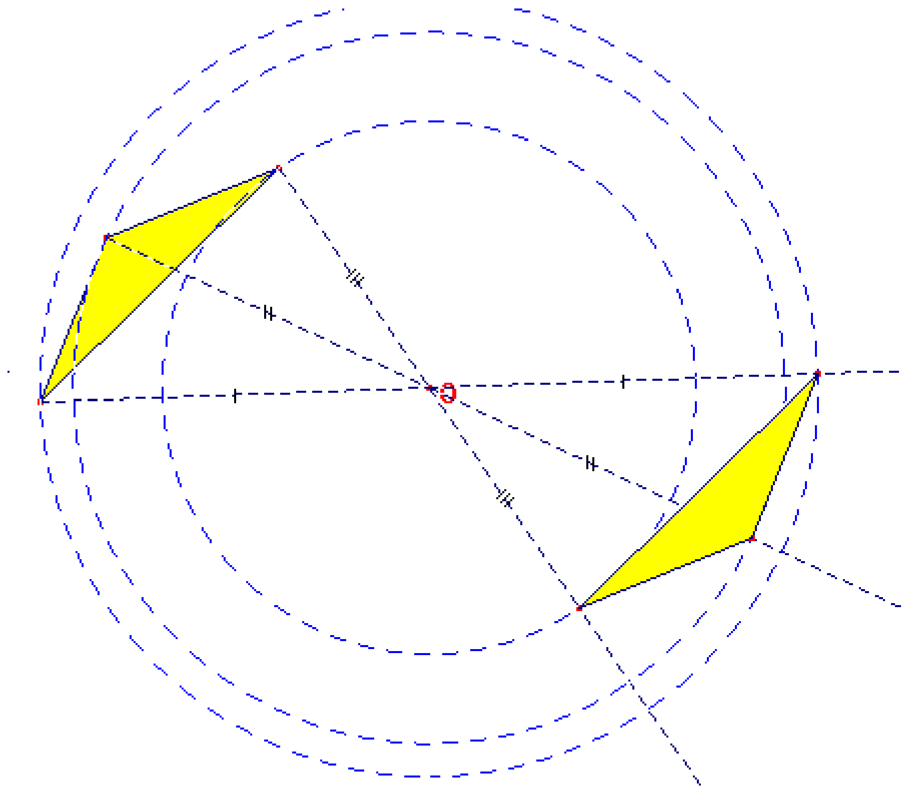
F' est le symétrique de F par rapport à O.

2. En utilisant le quadrillage



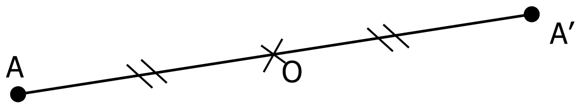
P' est le symétrique de P par rapport à O.

3. A la règle et au compas



II SYMETRIQUE DE FIGURES USUELLES

1. Symétrique d'un point

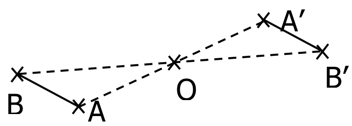


A' est le symétrique du point A par rapport au point O.

Définition :
Le symétrique du point A par rapport au point O est le point A' tel que O soit le milieu du segment [AA'].

Remarques :
Le seul point dont le symétrique est lui même est le point O.
On dit que O est le centre de la symétrie.
O est le seul point invariant.
On appelle cette symétrie, la symétrie centrale de centre O.

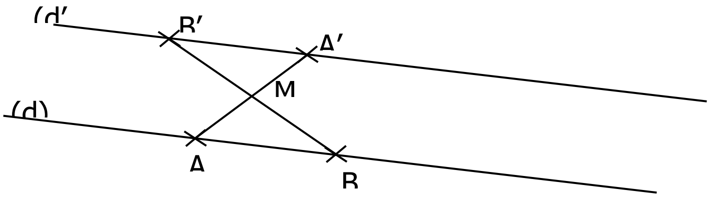
2. Symétrique d'un segment



Le symétrique d'un segment par rapport à un point est un segment de même longueur.

Propriété 1:
La symétrie centrale conserve les longueurs.

3. Symétrique d'une droite

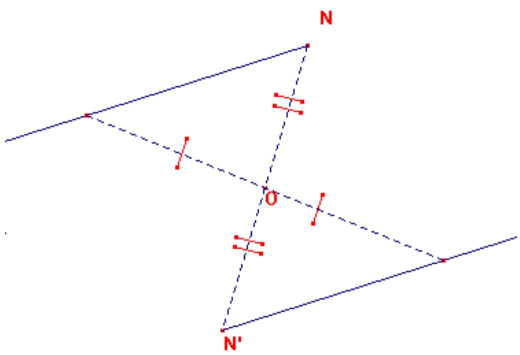


Le symétrique de la droite (d) par rapport au point M est la droite (d') parallèle à (d).

Méthodes :
1ère méthode :
On prend deux points sur la droite (d) et on construit leurs symétriques par rapport à M, on trace enfin la droite qui passe par ces deux points : c'est l'image de la droite (d).
2ème méthode :
il suffit de tracer le symétrique d'un point de la droite puis de tracer la parallèle passant par ce point.

Propriété 2:
La symétrie centrale conserve l 'alignement.

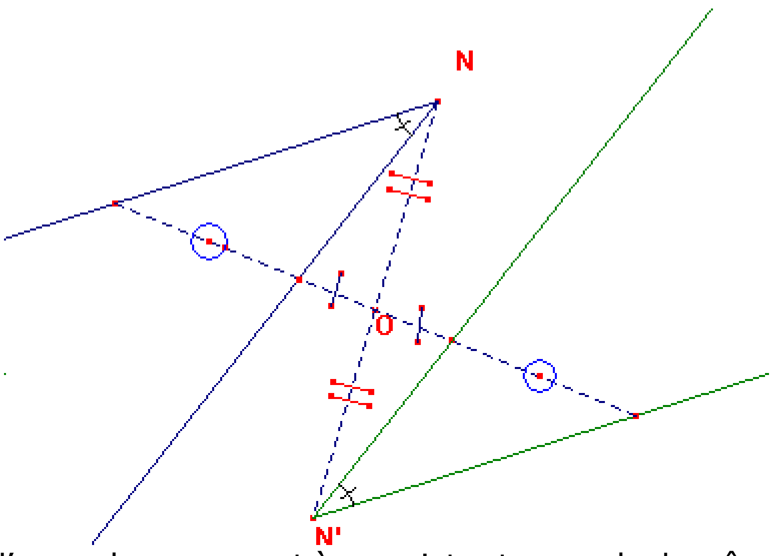
4. Symétrique d'une demi-droite



Le symétrique d'une demi-droite par rapport à un point est une demi-droite parallèle et de sens opposé.

5. Symétrique d'un angle

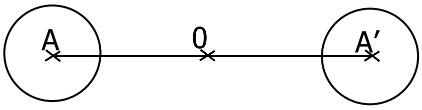
Espace & Géométrie EG 40



Le symétrique d'un angle par rapport à un point est un angle de même mesure.

<u>Propriété 3:</u>
La symétrie centrale conserve la mesure des angles.

6. <u>Symétrique d'un cercle</u>



Le symétrique d'un cercle par rapport à un point est un cercle de même rayon.

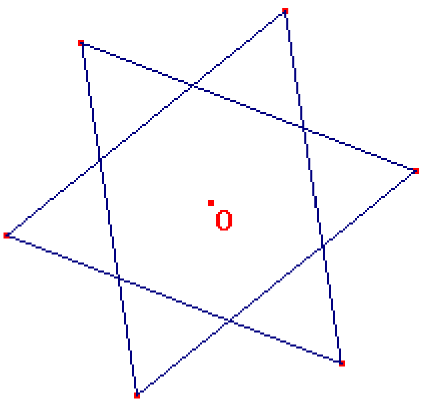
7. <u>Synthèse des propriétés de la symétrie centrale</u>

La symétrie centrale conserve
- les longueurs
- l'alignement
- les milieux
- la mesure des angles

III CENTRE DE SYMETRIE

1. <u>Définition</u>.

Un point est centre de symétrie d'une figure, si le symétrique de cette figure par rapport à ce point est elle-même.



2. <u>Exemples</u>.

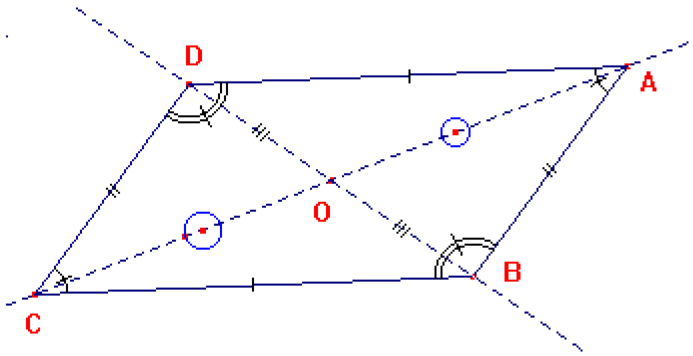
O est le centre de symétrie de cette figure

Connaitre les quadrilatères

1. Parallélogramme

Définition : un parallélogramme est un quadrilatère ayant les côtés opposés parallèles deux à deux.

Définition: Un parallélogramme est un quadrilatère ayant un centre de symétrie.



Propriétés

Dans un parallélogramme les diagonales ont le même milieu.

O milieu de [AC] et O milieu de [BD]

Dans un parallélogramme les côtés opposés ont même longueur.

AB = CD et AD = BC

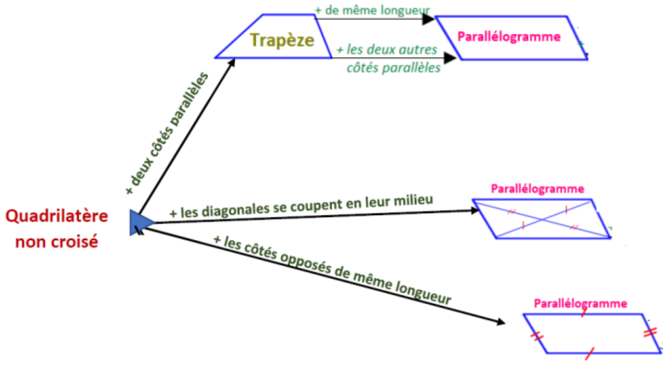
Dans un parallélogramme les angles opposés ont même mesure.

$\widehat{ADC} = \widehat{ABC}$ et $\widehat{DAB} = \widehat{DCB}$

Dans un parallélogramme deux angles consécutifs sont supplémentaires.

Propriétés permettant de démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme :

1. Un quadrilatère dont les côtés sont parallèles deux à deux est un parallélogramme
2. Un quadrilatère ayant les diagonales de même milieu est un parallélogramme
3. Un quadrilatère dont les côtes opposés ont même longueur deux à deux est un parallélogramme
4. Un quadrilatère ayant deux côtés parallèles et de même longueur est un parallélogramme.



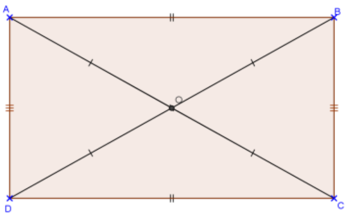
5. Un quadrilatère ayant les angles opposés de même mesure deux à deux est un parallélogramme

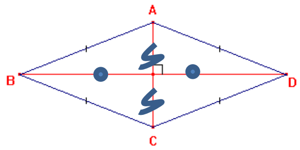
ESPACE&GEOMETRIE EG41

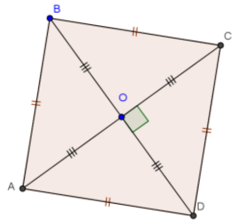
2. Parallélogrammes particuliers

Les rectangles, losanges et carrés sont des parallélogrammes particuliers

a. Le rectangle







Pour démontrer qu'un quadrilatère est un rectangle :

Un quadrilatère ayant trois angles droits est un rectangle

Pour démontrer qu'un parallélogramme est un rectangle :

Un parallélogramme ayant un angle droit est un rectangle.

Un parallélogramme ayant des diagonales de même longueur est un rectangle

Pour démontrer qu'un quadrilatère est un losange :

Un quadrilatère ayant quatre côtés de même longueur est un losange

Pour démontrer qu'un parallélogramme est un losange.

Un parallélogramme ayant 2 côtés consécutifs de même longueur est un losange.

Un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires est un losange

Pour démontrer qu'un quadrilatère est un carré on démontrera qu'il est :

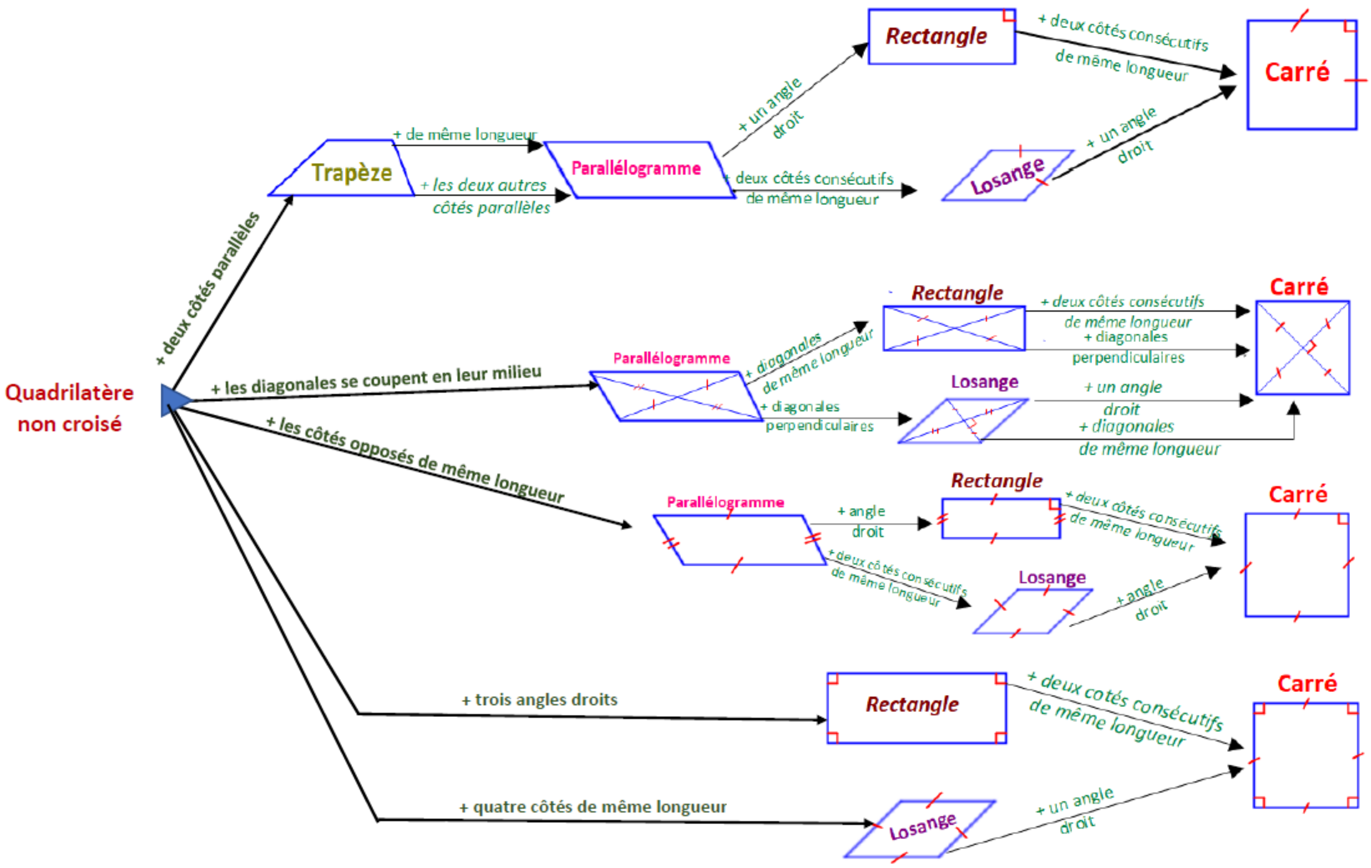
- **Un parallélogramme**
- **Puis un rectangle ou un losange**
- **Et…..**

Un rectangle ayant deux côtés consécutifs de même longueur est un carré

Un rectangle ayant les diagonales perpendiculaires est un carré

Un losange ayant un angle droit est un carré

Un losange ayant les diagonales de même longueur est un carré



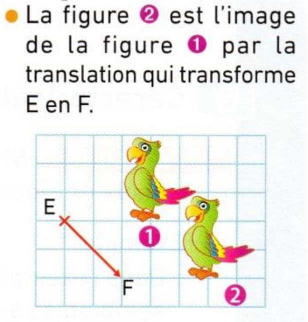
UTILISER UNE TRANSLATION, UNE ROTATION

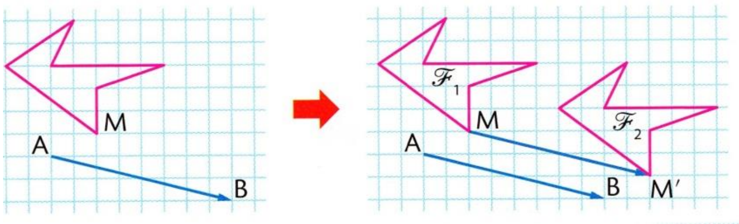
1. Translation

Définition

Soient A et B deux points distincts donnés.
Appliquer la translation qui transforme A en B, consiste à « faire glisser » la figure selon la direction de la droite (AB), dans le sens de A vers B et d'une longueur égale à AB.

Exemples





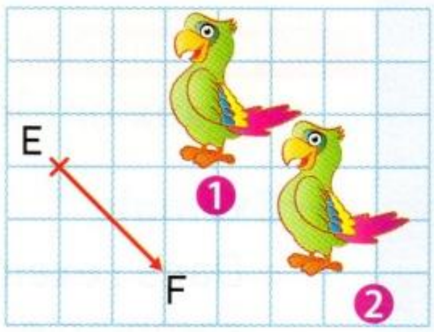
Autrement dit : l'image de M par la translation qui transforme A en B est le point M' tel que ABM'M soit un parallélogramme.

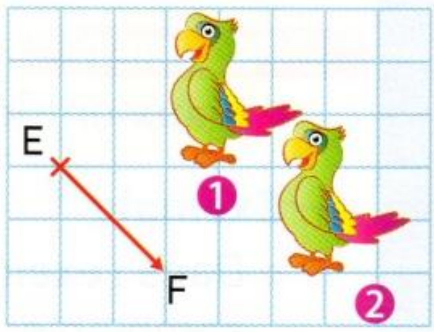
On dit aussi que M' est l'image de M par la translation de « vecteur $\overrightarrow{AB}$ »

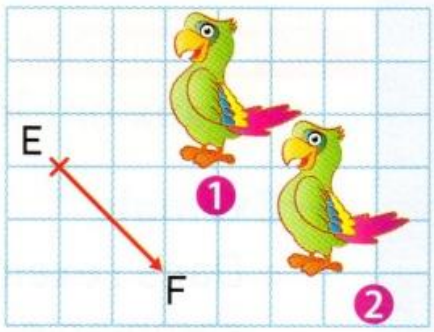
Propriétés

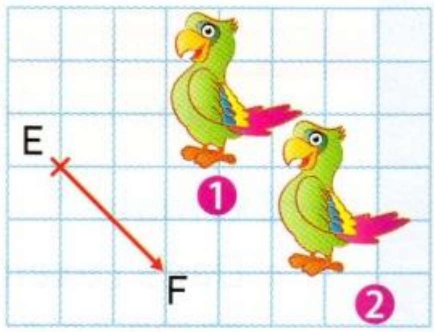
La translation conserve les angles, les longueurs et les aires ainsi que l'alignement des points.
Elle transforme une droite en une droite parallèle.

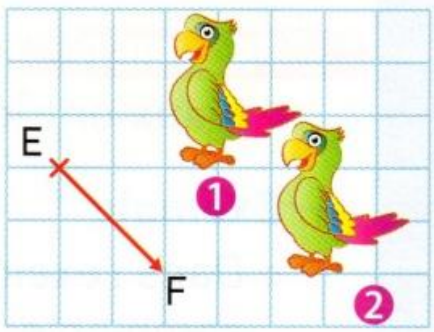
ESPACE&GEOMETRIE EG42-4

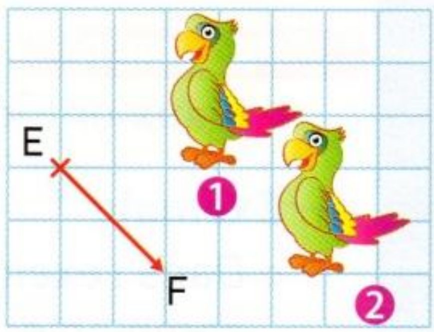


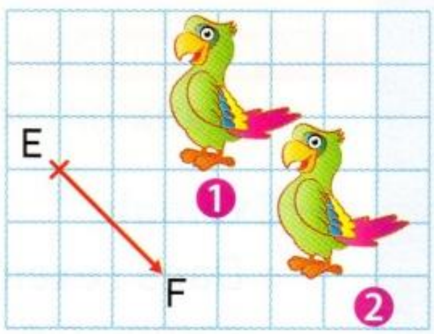


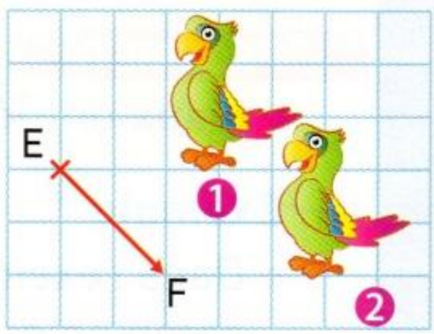


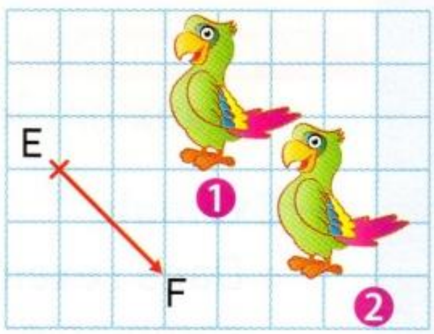


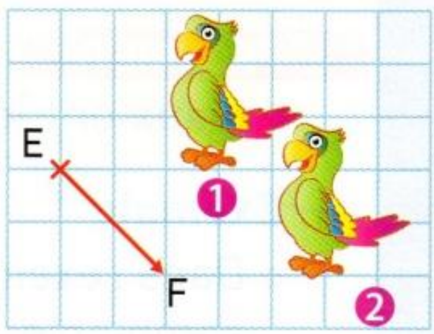








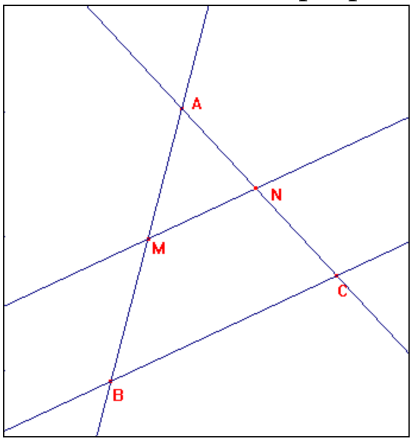




UTILISER LE THEOREME DE THALES

I THEOREME DE THALES

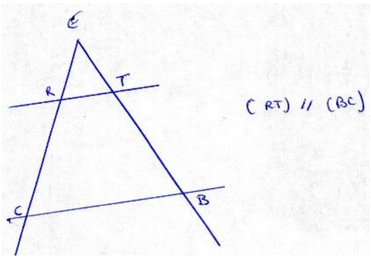
1. Enoncé de la propriété



Soit ABC un triangle
M un point de [AB]
N un point de [AC]
Si (MN) // (BC) **alors** $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

2. Application

Pb Calculer ET et CB sachant que :
EB= 6, ER = 2, EC = 5 et RT = 1



Dans le triangle EBC, avec R un point de (EC) et T un point de (EB)
Je sais que (RT) // (CB) **donc** d'après le théorème de Thalès

$\frac{ER}{EC} = \frac{ET}{EB} = \frac{RT}{CB}$

$\frac{2}{5} = \frac{ET}{6} = \frac{1}{CB}$

$ET = \frac{6 \times 2}{5}$ $\qquad$ $CB = \frac{5 \times 1}{2}$

$= 2{,}4$ $\qquad$ $= 2{,}5$

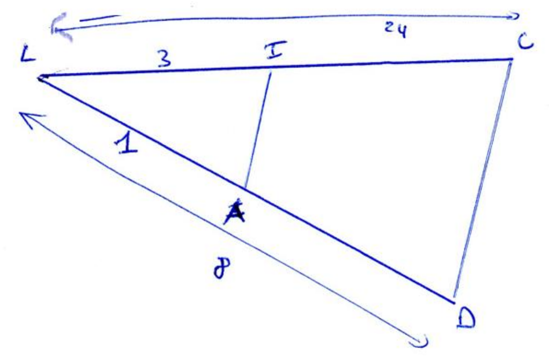
II RECIPROQUE DU THEOREME DE THALES

1. Enoncé

Soit ABC un triangle
M un point de [AB]
N un point de [AC]
Si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ **alors** (MN) // (BC)

2. Application

Pb montrer que (AI) et (CD) sont parallèles



Etape 1 : calculs des deux rapports

$$\begin{cases} \frac{LA}{LD} = \frac{1}{8} \\ \frac{LI}{LC} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8} \end{cases}$$ donc (*Etape 2 : comparaison des deux rapports*) $\frac{LA}{LD} = \frac{LI}{LC}$

Etape 3 : Conclusion à l'aide de la réciproque du théorème de Thales

Dans le triangle LAI, avec C un point de [LI] et D un point de [LA]

Je sais que

$\frac{LA}{LD} = \frac{LI}{LC}$ **donc** d'après la réciproque du théorème de Thalès (AI) // (DC)

ESPACE&GEOMETRIE EG44

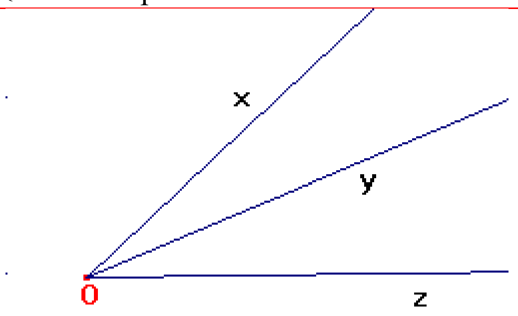
Caractériser le parallélisme avec les angles

I ANGLES PARTICULIERS

1. Angles adjacents

Définition

Deux angles adjacents sont deux angles :
- Ayant le même sommet
- situés de part et d'autre d'un côté commun

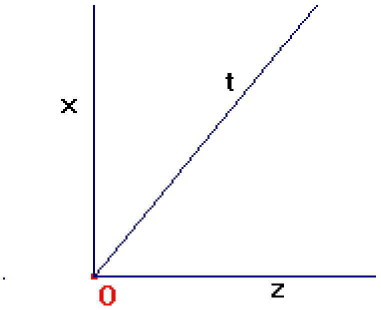


Les angles $\widehat{xOy}$ et $\widehat{yOz}$ sont adjacents.

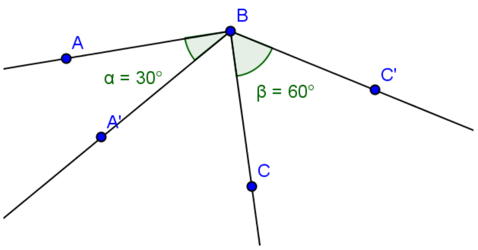
2. Angles complémentaires

Définition :

Deux angles sont **complémentaires** si la somme de leurs mesures est égale à 90°.



xOt et $\widehat{tOz}$ sont complémentaires



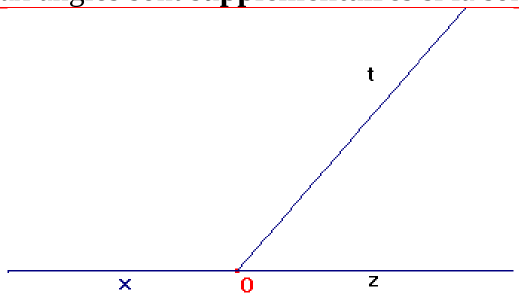
Propriété :
Les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires

ESPACE&GEOMETRIE EG44

3. <u>Angles supplémentaires</u>

Définition :

Deux angles sont **supplémentaires** si la somme de leurs mesures est égale à 180°.

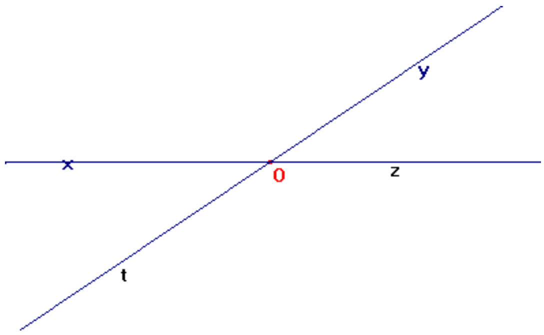


xOt et $\widehat{tOz}$ sont supplémentaires

4. <u>Angles opposés par le sommet</u>

Définition :

Deux angles opposés par le sommet, sont les deux angles, non adjacents, formés par deux droites sécantes.



$\widehat{xOy}$ et $\widehat{tOz}$ sont opposés par le sommet

$\widehat{xOt}$ et $\widehat{yOz}$ sont opposés par le sommet

Propriété 1:

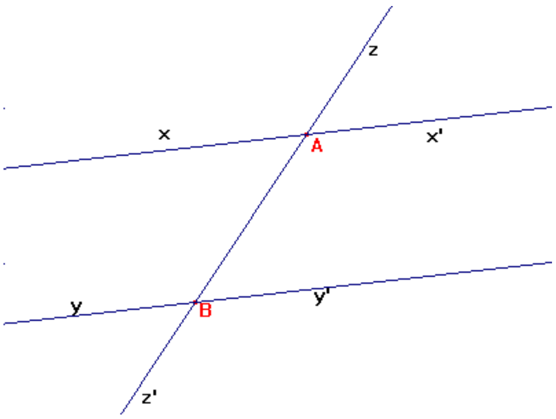
Des angles opposés par le sommet sont symétriques par rapport au sommet.

Propriété 2 :

Des angles opposés par le sommet ont même mesure.

ESPACE&GEOMETRIE EG44

5. <u>Angles alternes-internes</u>



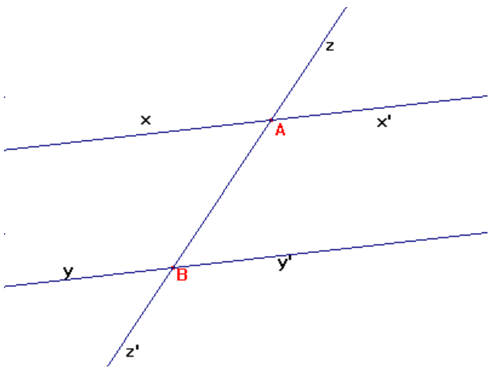
Les angles $\widehat{xAz'}$ et $\widehat{zBy'}$ sont **alternes-internes.**
(internes : à l'intérieur des 2 droites (xx') et (yy') ; alternes : de part et d'autre de la sécante (zz'))

Remarque :
$\widehat{yBz}$ et $\widehat{x'Az}$ sont également alternes-internes.

Propriété :

<u>Si</u> $\begin{cases} \text{(xx') est parallèle à (yy')} \\ \widehat{xAz'} \text{ et } \widehat{zBy'} \text{ sont } \textbf{alternes-internes.} \end{cases}$ <u>Alors</u> $\widehat{xAz'} = \widehat{zBy'}$

6. Angles correspondants



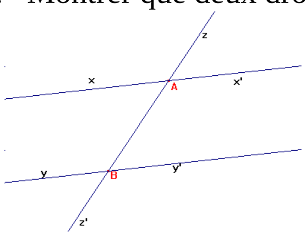
Les angles $\widehat{xAz}$ et $\widehat{yBz}$ sont **correspondants.**

Remarque :
$\widehat{zBy'}$ et $\widehat{zAx'}$ sont également correspondants…..

Propriété :

<u>Si</u> $\begin{cases} \text{(xx') et (yy') sont parallèles} \\ \widehat{xAz} \text{ et } \widehat{yBz} \text{ sont } \textbf{correspondants.} \end{cases}$ <u>Alors</u> $\widehat{xAz} = \widehat{yBz}$

7. Montrer que deux droites sont parallèles.



Propriété 1 :

<u>Si</u> $\begin{cases} \widehat{xAz'} \text{ et } \widehat{zBy'} \text{ sont alternes internes} \\ \widehat{xAz'} = \widehat{zBy'} \end{cases}$ <u>alors</u> (xx') et (yy') sont parallèles

Propriété 2 :

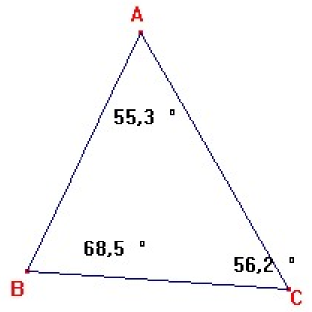
<u>Si</u> $\begin{cases} \cancel{\widehat{xAz'}} \text{ et } \widehat{yBz'} \text{ sont correspondants} \\ \widehat{xAz'} = \widehat{yBz'} \end{cases}$ <u>alors</u> (xx') et (yy') sont parallèles

CONNAITRE LES ANGLES D'UN TRIANGLE

1. <u>Propriété des angles d'un triangle</u>

Propriété : Dans un triangle la somme des mesures des angles est égale à 180°

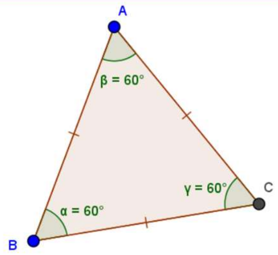
Exemple



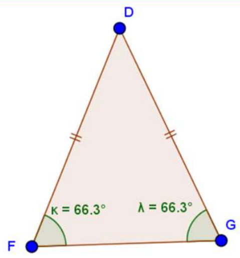
$\widehat{ABC} + \widehat{BAC} + \widehat{ACB} = 55{,}3 + 68{,}5 + 56{,}2$
$= 180°$

2. <u>Cas particuliers</u>

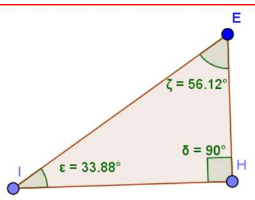
Les trois angles d'un triangle équilatéral ont même mesure : 60°



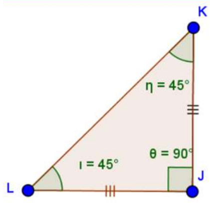
Les angles de la base d'un triangle isocèle ont même mesure.



La somme des angles aigus d'un triangle rectangle est 90° on dit qu'ils sont complémentaires.



Les angles aigus d'un triangle rectangle isocèle ont même mesure :45°

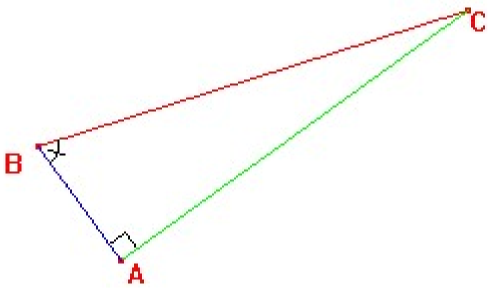


ESPACE & GEOMETRIE EG47-4eme

UTILISER LA TRIGONOMETRIE DU TRIANGLE RECTANGLE

1. Vocabulaire

Soit ABC un triangle rectangle en A.
[BC] est l'hypoténuse du triangle ABC.
[AB] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{B}$.
[AC] est le côté opposé à l'angle $\widehat{B}$



Remarque :
[AB] est le côté opposé à l'angle $\widehat{C}$.
[AC] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{C}$

2. Cosinus

Dans un triangle rectangle, le rapport du coté adjacent et de l'hypoténuse ne dépend que de l'angle aigu qu'ils forment. On appelle ce rapport le **cosinus** de l'angle aigu

Définition :
Soit ABC un triangle rectangle en A.
Cosinus de l'angle $\widehat{B} = \dfrac{\text{côté adjacent à B}}{\text{hypoténuse}}$

On a donc cos $\widehat{B} = \dfrac{AB}{BC}$

Application1
Soit EFG un triangle rectangle en F tel que EF = 3 cm et EG = 5 cm.
Calculer une mesure de l'angle Ê.
Dans le triangle rectangle EFG

cos Ê$= \dfrac{EF}{EG}$

cos Ê $= \dfrac{3}{5}$ (= 0,6)

On a alors Ê ≈ 53,1°

Avec la calculatrice :
$\boxed{\text{seconde}}$ $\boxed{\text{cos}}$ $\boxed{3}$ $\boxed{:}$ $\boxed{5}$ $\boxed{)}$ $\boxed{\text{EXE}}$

Ou $\boxed{\text{seconde}}$ $\boxed{\text{cos}}$ $\boxed{0{,}6}$ $\boxed{\text{EXE}}$

Application2
Soit EFG un triangle rectangle en F tel que EF = 3 cm et Ê = 40°.
Calculer EG
Dans le triangle rectangle EFG Cos Ê $= \dfrac{EF}{EG}$

EG $= \dfrac{EF}{\cos Ê}$

EG $= \dfrac{3}{\cos 40}$

EG ≈ 3,9 cm

Avec la calculatrice :
$\boxed{3}$ $\boxed{/}$ $\boxed{\text{cos}}$ $\boxed{4}$ $\boxed{0}$ $\boxed{\text{EXE}}$

ESPACE & GEOMETRIE EG47-4eme

degré		**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
cosinus		0,9998477	0,99939083	0,99862953	0,99756405	0,9961947	0,9945219	0,99254615	0,99026807	0,98768834	0,98480775
degré	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
cosinus	0,98480775	0,98162718	0,9781476	0,97437006	0,97029573	0,96592583	0,9612617	0,95630476	0,95105652	0,94551858	0,93969262
degré	**20**	**21**	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
cosinus	0,93969262	0,93358043	0,92718385	0,92050485	0,91354546	0,90630779	0,89879405	0,89100652	0,88294759	0,87461971	0,8660254
degré	**30**	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**
cosinus	0,8660254	0,8571673	0,8480481	0,83867057	0,82903757	0,81915204	0,80901699	0,79863551	0,78801075	0,77714596	0,76604444
degré	**40**	**41**	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**
cosinus	0,76604444	0,75470958	0,74314483	0,7313537	0,7193398	0,70710678	0,69465837	0,68199836	0,66913061	0,65605903	0,64278761
degré	**50**	**51**	**52**	**53**	**54**	**55**	**56**	**57**	**58**	**59**	**60**
cosinus	0,64278761	0,62932039	0,61566148	0,60181502	0,58778525	0,57357644	0,5591929	0,54463904	0,52991926	0,51503807	0,5
degré	**60**	**61**	**62**	**63**	**64**	**65**	**66**	**67**	**68**	**69**	**70**
cosinus	0,5	0,48480962	0,46947156	0,4539905	0,43837115	0,42261826	0,40673664	0,39073113	0,37460659	0,35836795	0,34202014
degré	**70**	**71**	**72**	**73**	**74**	**75**	**76**	**77**	**78**	**79**	**80**
cosinus	0,34202014	0,32556815	0,30901699	0,2923717	0,27563736	0,25881905	0,2419219	0,22495105	0,20791169	0,190809	0,17364818
degré	**80**	**81**	**82**	**83**	**84**	**85**	**86**	**87**	**88**	**89**	
cosinus	0,17364818	0,15643447	0,1391731	0,12186934	0,10452846	0,08715574	0,06975647	0,05233596	0,0348995	0,01745241	

Chapitre 4 15 Etudier des grandeurs Produits ou quotients

Définitions

Une grandeur produit est une grandeur obtenue en faisant le produit de deux grandeurs.

Exemples : l'aire d'une figure plane (longueur × longueur)
L'énergie consommée (puissance × durée)

Une grandeur quotient est une grandeur obtenue en faisant le quotient de deux grandeurs

Exemples : le débit d'un fluide (volume / durée)
Masse volumique (masse / volume)
Densité de population (nombre d'habitants / superficie)

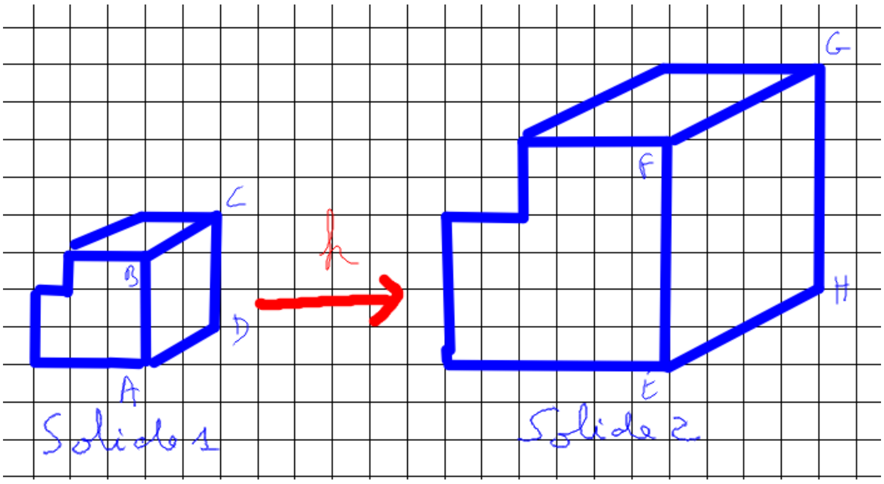
Exemple : VITESSE

Lorsque le mouvement est uniforme, la distance parcourue et la durée sont proportionnelles.
La vitesse est alors le coefficient de proportionnalité.

On a $v = \frac{d}{t} \qquad d = v \times t \quad \text{et} \quad t = \frac{d}{v}$

Avec : d : distance
v : vitesse
t : durée
Attention : Les unités doivent correspondre ! *(Ex v en **km/s, d en km et t en s**)*

EFFET D'UN AGRANDISSEMENT REDUCTION



Le solide 2 est **un agrandissement** du solide 1.
Toutes les longueurs sont multipliées par un même nombre k appelé **rapport de l'agrandissement.**

k > 1

Le solide 1 est **une réduction** du solide 2.
Toutes les longueurs sont multipliées par un même nombre k' appelé **rapport de la réduction.**

k' < 1

Remarque : On a alors k' = 1/k

Lors d'un agrandissement ou d'une réduction les longueurs des côtes de la figure initiale sont proportionnelles aux longueurs des côtés de la figure finale

Lors d'un agrandissement ou d'une réduction les mesures des angles sont inchangées.
Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport k les aires sont multipliées par k^2.
Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport k les volumes sont multipliés par k^3.

D'où:
[AB] ⟶ [EF] donc EF = k x AB
ABCD ⟶ EFGH donc Aire(EFGH) = k^2 x Aire(ABCD)
Solide 1 ⟶ Solide 2 donc Volume (solide 2) = k^3 x volume (solide 1)

NOMBRES DECIMAUX

1. Ecritures fractionnaires d'un nombre décimal

Tout nombre décimal peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale (fraction ayant 10,100, 1000….. comme dénominateur)

Exemples : $0,3 = \frac{3}{10}$ $4 = \frac{40}{10}$ $4,3 = \frac{43}{10}$ $1,154 = \frac{1\,154}{1\,000}$

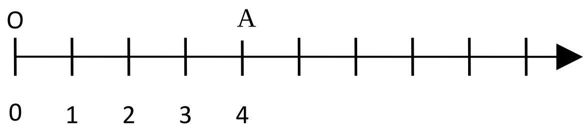
Il existe donc de nombreuses façons d'écrire un nombre décimal

$$21,49 = 21 + \frac{49}{100} = \frac{2149}{100} = 21 + \frac{4}{10} + \frac{9}{100}$$

2. Placer des décimaux sur une droite graduée.

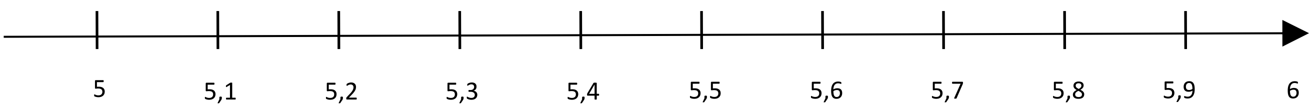
Pour graduer une droite, il faut choisir un point origine qui correspond au nombre zéro et une unité que l'on reporte régulièrement.
Sur une droite graduée, un point peut être repéré par un nombre appelé **abscisse**.

Exemple :



Le point A a pour abscisse 4.
Exemples

- placer les points B(5) ; C(6) ; D(5,8) ; E(5,08) ; F(5,43) sur la droite graduée ci-dessous ;



- encadrement de 5,8 par les entiers les plus proches (deux entiers consécutifs) :
  $5 < 5,8 < 6$
- intercaler un décimal : $5,7 < 5,73 < 5,8$
  $5,71 < 5,73 < 5,79$ ou 5,72345 ... (il y a beaucoup de réponses)

3. Autre méthode pour comparer deux décimaux

Pour comparer deux nombres en écriture décimale :
- on compare les parties entières ;
- si les parties entières sont égales alors on compare les chiffres des dixièmes ;
- si les chiffres des dixièmes sont égaux alors on compare les chiffres des centièmes ;

• et ainsi de suite jusqu’à ce que les deux nombres aient des chiffres différents.

Exemples :

$2,35 < 2,8$
$1,58376 < 1,584$
$7,9 > 7,85$