

COMPRENDRE LA NOTION DE PUISSANCE EFFECTUER DES CALCULS NUMERIQUES

1. Les puissances de 10 pour exprimer les grands nombres

Soit n un entier positif quelconque

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs } 10}$$

$$\text{On a donc } 10^n = \underbrace{10 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$$

Exemples :

$$1 \text{ million} = 10^6$$

$$100\,000\,000\,000 = 10^{11}$$

Par définition on a $10^0 = 1$

2. Les puissances de 10 pour exprimer les nombres « proches » de 0

Soit n un entier positif quelconque

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{\underbrace{10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs } 10}} = \frac{1}{\underbrace{10 \dots 0}_{n \text{ zéros}}}$$

$$\text{On a donc } 10^{-n} = \underbrace{0,00 \dots 01}_{n \text{ zéros}}$$

Exemples :

$$0,001 = 10^{-3}$$

$$-0,000\,000\,01 = -10^{-8}$$

3. Les puissances de 10 pour faciliter la lecture de certaines grandeurs

Préfixe	Giga	Méga	Kilo	Unité	Milli	Micro	Nano
Symbole	G	M	K		m	μ	n
10^n	10^9	10^6	10^3	1	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

Exemple

$$50 \text{ ml} = 50 \times 10^{-3} \text{ l}$$

$$4 \text{ Go} = 4 \times 10^9 \text{ o}$$

4. Les puissances de 10 pour écrire en notation scientifiques

On dit qu'un nombre positif est en écriture scientifique lorsqu'il est de la forme :

$$a \times 10^p$$

avec $1 \leq a < 10$ et p entier relatif.

Exemples

$$4\,000\,000 = 4 \times 10^6$$

$$0,000\,3 = 3 \times 10^{-4}$$

$$43\,000 = 4,3 \times 10^4$$

$$0,000\,000\,000\,000\,000\,234 = 2,34 \times 10^{-19}$$

Remarque : Lorsque dans l'écriture scientifique l'exposant est négatif le nombre est « proche » de 0

NOMBRES & CALCULS NC9-10-4

5. Les puissances de 10 pour comparer

La notation scientifique est utile pour donner un ordre de grandeur, un encadrement, pour comparer des nombres

Nombre	Notation scientifique	Encadrement	Ordre de grandeur
$A = 32\,657\,000$	$A = 3,2657 \times 10^7$	$10^7 < A < 10^8$	$A \approx 3 \times 10^7$ ou 10^7
$B = 0,000\,486$	$B = 4,86 \times 10^{-4}$	$10^{-4} < B < 10^{-3}$	$B \approx 5 \times 10^{-4}$ ou 10^{-4}

$$A \times B \approx 3 \times 5 \times 10^7 \times 10^{-4}$$

$$\approx 15 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10}$$

$$\approx 15 \times 10^3$$

$$= 1,5 \times 10^4$$

6. Calculer avec des puissances d'un nombre quelconque

Soit a un nombre relatif quelconque, et n un entier positif :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

a^n se lit “ a **puissance** n ” ou “ a **exposant** n ”

Exemples :

$$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$$

$$(-2)^6 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 64$$

$$(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32$$

$$-2^8 = -2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = -256$$

Par définition

Pour tout nombre relatif a : $a^0 = 1$

Exemples :

$$13^0 = 1$$

$$(-45)^0 = 1$$

$$4,007^0 = 1$$