NOMBRES & CALCULS NC9-10-4/3

COMPRENDRE LA NOTION DE PUISSANCE EFECTUER DES CALCULS NUMERIQUES

1. Les puissances de 10 pour exprimer les grands nombres

Soit n un entier positif quelconque

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \dots\dots\dots \times 10}_{\text{n facteurs 10}}$$

On a donc $10^n = 1\underbrace{0\dots\dots..0}_{\text{n zéros}}$

Exemples :
1 million = 10^6

100 000 000 000 = 10^{11}

Par définition on a $10^0 = 1$

2. Les puissances de 10 pour exprimer les nombres « proches » de 0

Soit n un entier positif quelconque

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{\underbrace{10 \times 10 \times \dots\dots\dots..10}_{\text{n facteurs 10}}} = \frac{1}{1\underbrace{0\dots.0}_{\text{n zéros}}}$$

On a donc $10^{-n} = 0\underbrace{,00\dots\dots0}_{\text{n zéros}}1$

Exemples :
0,001 = 10^{-3}

-0,000 000 01 = -10^{-8}

3. Les puissances de 10 pour faciliter la lecture de certaines grandeurs

Préfixe	**Giga**	**Méga**	**Kilo**	**Unité**	**Milli**	**Micro**	**Nano**
Symbole	G	M	K		m	µ	n
10^n	10^9	10^6	10^3	1	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

Exemple
50 **ml** = 50 × $\mathbf{10^{-3}}$ l

4 **Go** = 4 × $\mathbf{10^9}$ o

4. Les puissances de 10 pour écrire en notation scientifiques

On dit qu'un nombre positif est en écriture scientifique lorsqu'il est de la forme :

$$a \times 10^p$$

avec $1 \leq a < 10$ et p entier relatif.

Exemples
4 000 000 = 4×10^6

0, 000 3 = 3×10^{-4}

43 000 = $4,3 \times 10^4$

0,000 000 000 000 000 000 234 = $2,34 \times 10^{-19}$

Remarque : Lorsque dans l'écriture scientifique l'exposant est négatif le nombre est « proche » de 0

5. Les puissances de 10 pour comparer

La notation scientifique est utile pour donner un ordre de grandeur, un encadrement, pour comparer des nombres

Nombre	Notation scientifique	Encadrement	Ordre de grandeur
A = 32 657 000	$A = 3{,}2657 \times 10^7$	$10^7 < A < 10^8$	$A \approx 3 \times 10^7$ ou 10^7
B = 0,000 486	$B = 4{,}86 \times 10^{-4}$	$10^{-4} < B < 10^{-3}$	$B \approx 5 \times 10^{-4}$ ou 10^{-4}

$A \times B \approx 3 \times 5 \times 10^7 \times 10^{-4}$

$\approx 15 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times \dfrac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10}$

$\approx 15 \times 10^3$

$= 1{,}5 \times 10^4$

6. Calculer avec des puissances d'un nombre quelconque

Soit a un nombre relatif quelconque, et n un entier positif :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots\ldots\ldots \times a}_{\text{n facteurs}}$$

a^n se lit " a **puissance** n" ou " a **exposant** n"

Exemples :

$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

$(-2)^6 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 64$

$(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = -32$

$-2^8 = -\ 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = -\ 256$

Par définition

Pour tout nombre relatif a : $\mathbf{a^0 = 1}$

Exemples :

$13^0 = 1$ $(-45)^0 = 1$ $4{,}007^0 = 1$

Soit a un nombre relatif quelconque, et n un entier positif

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a \times a \times \ldots\ldots\ldots \times a}$$

a^{-n} est l'inverse de a^n

Exemples

$3^{-2} = \dfrac{1}{3^2} = \dfrac{1}{9}$ $(-5)^{-3} = \dfrac{1}{(-5)^3} = \dfrac{1}{(-125)} = -\ \dfrac{1}{125}$

Remarques

$x^{-1} = \dfrac{1}{x}$ x^{-1} est donc une autre notation de l'inverse de x

Vitesse : $km.h^{-1}$ est donc une autre notation de km/h