NOMBRES&CALCULS NC15/16 4&3

Modéliser une situation

1. Propriétés

Soient a, b et c des relatifs quelconques Si $a = b$ alors $\begin{cases} a + c = b + c \\ a \times c = b \times c \end{cases}$

2. Définitions

$2(x + 3) - 5x = -3x - 5(x - 1)$ est une équation du premier degré d'inconnue x.

Résoudre cette équation c'est rechercher toutes les valeurs de x pour lesquelles l'égalité est vraie.

Cas particuliers

$0x = a$ $(a \neq 0)$ Aucune solution

$0x = 0$ Tout nombre est solution

3. Résolution

$20x - 32 = 7x + 5$	$2(x + 3) - 5x = -3x - 5(x - 1)$
Développer et réduire chacun des membres	
	$2 \times x + 2 \times 3 - 5x = -3x - 5 \times x + 5 \times 1$ $2x + 6 - 5x = -3x - 5x + 5$ $2x - 5x + 6 = -3x - 5x + 5$ $-3x + 6 = -8x + 5$
Regrouper tous les termes en x dans un même membre *(soustraction-addition)*	
$20x - 32 + 32 - 7x = 7x + 5 - 7x + 32$	$-3x + 8x + 6 - 6 = -8x + 8x + 5 - 6$
Réduire	
$13x = 37$	$5x = -1$
Déterminer x (*division – multiplication*)	
$\frac{13x}{13} = \frac{37}{13}$ $x = \frac{37}{13}$	$\frac{5x}{5} = \frac{-1}{5}$ $x = -\frac{1}{5}$
Vérification à la calculatrice	
$20 \times \frac{37}{13} - 32 = \frac{324}{13}$ $7 \times \frac{37}{13} + 5 = \frac{324}{13}$	$2(-\frac{1}{5} + 3) - 5 \times (-\frac{1}{5}) =$ $-3 \times (-\frac{1}{5}) - 5(-\frac{1}{5} - 1) =$

4. Résolution d'un problème.

- Désigner ce que représente l'inconnue
- Mettre le problème en équation
- Résoudre l'équation
- Conclure

Exemple :

Tom dépense $\frac{3}{5}$ de ses économies. Il lui reste 10 €.

Quel était, initialement, le montant de ses économies ?

- Soit x le montant initial des économies
- « Economies moins Dépenses égalent Reste »

$$x - \frac{3}{5}x = 10$$

- $\frac{5}{5}x - \frac{3}{5}x = 10$

  $\frac{2}{5}x = 10$

  $\frac{2}{5}x : \frac{2}{5} = 10 : \frac{2}{5}$

  $x = 10 \times \frac{5}{2}$

$x = 25$

- Le montant initial de ses économies était de 25€.

5. Equations produits

Un produit est égal à zéro si et seulement si l'un des facteurs au moins est nul.

Soient A et B des nombres quelconques :

$$AB = 0 \text{ si } \begin{cases} A = 0 \\ \text{ou} \\ B = 0 \end{cases}$$

Applications : Résolution d'équations :

(2x – 1)(x + 5) = 0

$2x - 1 = 0$ ou $x + 5 = 0$

$2x = 1$ $x = -5$

$x = \frac{1}{2}$

$$S = \{ -5 ; \frac{1}{2} \}$$

6. Application à la resolution de l'équation $x^2 = a$

Soit a un nombre positif

L'équation $x^2 = a$ admet deux solutions $x = \sqrt{a}$ et $x = -\sqrt{a}$

Démonstration

$x^2 = a$

$x^2 - a = 0$

$x^2 - (\sqrt{a})^2 = 0$

$(x - \sqrt{a})(x + \sqrt{a}) = 0$

$x = -\sqrt{a}$ ou $x = \sqrt{a}$

$S = \{-\sqrt{a} ; \sqrt{a}\}$

Remarque : lorsque a est négatif l'équation $x^2 = a$ n'admet aucune solution

Exemples

$x^2 = 100$

$x = \sqrt{100}$ ou $x = -\sqrt{100}$

$x = 10$ ou $x = -10$

$S = \{-10 ; 10\}$

$x^2 = 7$

$x = \sqrt{7}$ ou $x = -\sqrt{7}$

$S = \{-\sqrt{7} ; \sqrt{7}\}$