UTILISER LA DISTRIBUTIVITE

1. Simplification d'écritures

$3 \times x = 3x$

$3 \times (x + 1) = 3(x+1)$

$x \times x = x^2$

$3x \times 2 = 2 \times 3x = 6x$

$2x \times 5x = 2 \times 5 \times x \times x = 10x^2$

2. Nature d'une expression

$A = 2 \times x$: A est le **produit** de deux **facteurs** 2 et x

$B = 2 + x$: B est la **somme** de deux **termes** 2 et x

$C = 3x + 4y$: C est la somme de deux termes 3x et 4y

$D = 3 (x + 5)$: D est le produit de deux facteurs 3 et (x+ 5)

$E = 2(3x – 1) – (x – 6)$: E est la différence (somme) de deux termes $2(3x – 1)$ et $(x – 6)$

$F = 3(x – 8)(7x – 1)$: F est le produit de 3 facteurs, 3, (x-8) et (7x – 1)

$G = 4x^2 - 6x + 5$ est la somme de 3 termes $4x^2$, 6x et 5

$H = (2x – 9)^2$ est le produit de deux facteurs $(2x – 9)$ et $(2x – 9)$

3. Développer un produit

« Développer une expression, c'est passer d'une expression produit à une expression somme »

Propriété :

Soients a, b et k des relatifs quelconques :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

On a donc de même : $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$

On dit que la multiplication est distributive sur l'addition

.

Exemples :

$2(x + 3) = 2 \times x + 2 \times 3$
$= 2x + 6$

$-3(5x + 1) = -3 \times 5x + (-3) \times 1$
$= -15x – 3$

$4(3x – 5) = 4 \times 3x – 4 \times 5$
$= 12x -20$

$2x(x^2 - 9x + 1) = 2x \times x^2 - 2x \times 9x + 2x \times 1$
$= 2x^3 – 18x^2 + 2x$

4. Application à la factorisation d'une somme

$$k \times a + k \times b = k(a + b)$$

Factoriser une expression permet de transformer une somme en un produit.

Remarque : Factoriser 2x + 3x permet de réduire à 5x

$2 \times x + 3\times x = x(2 + 3) = 5x$

Exemples

$A = 2x^2 + 6x$

Etape 1 : Identifier les termes

$A = \boxed{2x^2}\ \boxed{+}\ \boxed{6x}$

Etape 2 : Identifier chacun des facteurs dans chacun des termes

$A = \boxed{\underline{2} \times \underline{x} \times \underline{x}}\ \boxed{+}\ \boxed{\underline{2} \times \underline{3} \times \underline{x}}$

Etape 3 : Identifier le <u>facteur</u> commun à <u>chacun</u> des termes

$A = \boxed{\underline{2} \times \underline{x} \times \underline{x}}\ \boxed{+}\ \boxed{\underline{2} \times \underline{3} \times \underline{x}}$

Etape 4 : Factoriser (appliquer ka+kb = k(a+b))

$A = 2x(x + 3)$

A est sous la forme du produit de 3 facteurs (2 ; x et (x +3))

$C = \boxed{2x}\ \boxed{+}\ \boxed{2y}$

$= \boxed{\underline{2} \times \underline{x}}\ \boxed{+}\ \boxed{\underline{2} \times \underline{y}}$

$= 2\ (x + y)$

$D = \boxed{5x}\ \boxed{+}\ \boxed{5}$

$= \boxed{\underline{5} \times \underline{x}}\ \boxed{+}\ \boxed{\underline{5} \times \underline{1}}$

$= 5\ (x + 1)$

$E = \boxed{(x + 1)(3x + 1)}\ \boxed{+}\ \boxed{(3x+1)(5x - 2)}$

$= \boxed{\underline{(x+1)} \times \underline{(3x + 1)}}\ \boxed{+}\ \boxed{\underline{(3x + 1)} \times \underline{(5x - 2)}}$

$= (3x + 1)\ [(x +1) + (5x - 2)]$

$= (3x + 1)\ [x + 1 + 5x - 2]$

$= (3x + 1\ )\ (\underline{x + 5x}\ \underline{+ 1 - 2})$

$= (3x + 1\ )\ (6x - 1)$

UTILISER LA DISTRIBUTIVITE (suite)

5. Opposé d'une expression littérale

Soient a et b des nombres relatifs quelconques

L'opposé de a se note -a

L'opposé d'une somme (différence) est la somme (différence) des opposés.

L'opposé de a + b est – (a + b) = -a + (-b) = -a -b

L'opposé de a - b est – (a - b) = -a - (-b) = -a + b

On a donc

-(a+b) = -a -b   -(a-b) = -a + b   -(-a + b) = a – b   -(-a – b)= a + b

Exemples :

L'opposé de 2x + 1 est – (2x + 1) = -2x – 1

L'opposé de 2x - 1 est – (2x - 1) = -2x + 1

L'opposé de -2x + 1 est – (-2x + 1) = 2x – 1

L'opposé de -2x - 1 est – (-2x - 1) = 2x + 1

Réduction de l'expression suivante

(4x + 5) + (6x – 1) + (-8x – 1) **–** (2x - 3) **–** (-5x + 2)

= 4x + 5 + 6x – 1 - 8x – 1- 2x + 3 + 5x - 2

= 4x + 6x – 8x -2x + 5x + 5 – 1 – 1 + 3 – 2

= 5x + 4

6. Développement du produit de deux sommes

Soients a, b, c et d des relatifs quelconques :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemples :

$A = (3 + x)(x + 7)$
$= 3 \times x + 3 \times 7 + x \times x + x \times 7$
$= 3x + 21 + x^2 + 7x$
$= x^2 + 3x + 7x + 21$
$= x^2 + 10x + 21$

$B = (x - 3)(2x + 5)$
$= (x + (-3))(2x + 5)$
$= x \times 2x + x \times 5 + (-3) \times 2x + (-3) \times 5$
$= 2x^2 + 5x + (-6x) + (-15)$
$= 2x^2 + 5x - 6x - 15$
$= 2x^2 - x - 15$

$C = (y - 7)(-5 - y)$
$= (y + (-7))(-5 + (-y))$
$= y \times (-5) + y \times (-y) + (-7) \times (-5) + (-7) \times (-y)$
$= -5y - y^2 + 35 + 7y$
$= -y^2 - 5y + 7y + 35$
$= -y^2 + 2y + 3$

7. Quelques produits remarquables

Soient a et b des nombres quelconques :

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Factorisation : $\mathbf{25x^2 - 4 = (5x)^2 - (2)^2}$
$\mathbf{= (5x - 2)(5x + 2)}$

Développement : $(4x - 5)(4x + 5) = (4x)^2 - (5)^2$
$= 16x^2 - 25$

NOMBRES&CALCULS NC14 – 4/3ème

(

Soient a et b des nombres quelconques :

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(x - 5)^2 = (x)^2 - 2 \times x \times 5 + (5)^2$
$= x^2 - 10x + 25$

$(2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + (3)^2$
$= 4x^2 + 12x + 9$

ANNEXES

Developper

$B = (x-3)(2x+5)$
$= (x + (-3))(2x+5)$
$= x \times 2x + x \times 5 + (-3) \times 2x + (-3) \times 5$
$= 2x^2 + 5x + (-6x) + (-15)$
$= 2x^2 + 5x - 6x - 15$
$= 2x^2 - x - 15$

$C = (+y - 7)(-5 - y)$
$= -y \times 5 - y \times y + 7 \times 5 + 7 \times y$
$= -5y - y^2 + 35 + 7y$
$= -y^2 - 5y + 7y + 35$
$= -y^2 + 2y + 35$

$5 - (2x+7)(-x+5)$
$= 5 - (-2x \times x + 2x \times 5 - 7 \times x + 7 \times 5)$
$= 5 - (-2x^2 + 10x - 7x + 35)$
$= 5 + 2x^2 - 10x + 7x - 35$
$= 2x^2 - 10x + 7x + 5 - 35$
$= 2x^2 - 3x - 30$

Factoriser

Rechercher un facteur commun

1^er^ cas : il y a un facteur commun

On factorise en utilisant $ka + kb = k(a + b)$

$(x+5)(x-3) - (x-3)(5x-1)$
$= (x-3)[(x+5) - (5x-1)]$
$= (x-3)(x + 5 - 5x + 1)$
$= (x-3)(-4x+6)$

$(x+1)^2 - (x+1)(2x-5) + (x+1)$
$(x+1)(x+1) - (x+1)(2x-5) + (x+1) \times 1$
$= (x+1)[(x+1) - (2x-5) + 1]$
$= (x+1)(x + 1 - 2x + 5 + 1)$
$= (x+1)(-x+7)$

2^ème^ cas : il n'y a pas de facteur commun

$$\mathbf{a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2}$$
$$\mathbf{a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2}$$
$$\mathbf{a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)}$$

$A = 9x^2 - 6x + 1$

$B = (7x-1)^2 - 25x^2$

Déterminer le nombre de termes et la nature des opérations afin de choisir la bonne Identité Remarquable

A :3 termes ,une soustraction et une addition donc la 2^ème^

B : 2 termes une soustraction donc la 3^ème^

« Faire apparaître les carrés » et déterminer ainsi la valeur de « a » et « b »

$A = (3x)^2 \ldots (1)^2$ donc $a = (3x)$ et $B = (1)$

$B = (7x-1)^2 - (5x)^2$ donc $a = (7x-1)$ et $b = (5x)$

Ecrire l'identité remarquable dans sa totalité

$A = (3x)^2 - 2 \times (3x) \times (1) + (1)^2$

$B = (7x-1)^2 - (5x)^2$

Ecrire le produit

$A = (3x-1)^2$

$B = [(7x-1) + (5x)][(7x-1) - (5x)]$
$= (12x-1)(2x-1)$