

## DECOUVRIR ET UTILISER LES NOMBRES PREMIERS

### 1. Nombres premiers

Un nombre est premier s'il n'est divisible que par 1 et lui-même.

Les nombres premiers inférieurs à 30 sont : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29

26 n'est pas un nombre premier car il est divisible par 2 et 13

### 2. Décomposition en produit de facteurs premiers

70	2	126	2
35	5	63	3
7	7	21	3
1		7	7
		1	

On a donc  $70 = 2 \times 5 \times 7$  et  $126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 2 \times 3^2 \times 7$

### 3. Nombres premiers jusqu'à 100

Les nombres premiers inférieurs à 100 sont : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; 31 ; 37 ; 41 ; 43 ; 47 ; 53 ; 59 ; 61 ; 67 ; 71 ; 73 ; 79 ; 83 ; 87 ; 89 ; 93 ; 97

### 4. Application aux fractions

*Ecrire des fractions avec un même dénominateur*

Exemple  $\frac{11}{12}$  et  $\frac{7}{20}$

$$12 = 2 \times 2 \times 3 \text{ et } 20 = 2 \times 2 \times 5$$

Pour trouver un multiple commun à 12 et 20, il suffit de :

- Multiplier 12 par **les facteurs qui sont dans la décomposition de 20 mais pas de 12**
- Multiplier 20 par **les facteurs qui sont dans la décomposition de 12 mais pas de 20**

$$\frac{11}{12} = \frac{11 \times 5}{12 \times 5} = \frac{55}{60} \quad \frac{7}{20} = \frac{7 \times 3}{20 \times 3} = \frac{21}{60}$$

*Simplifier des fractions*

Exemple  $\frac{70}{126}$

La fraction est simplifiable par tout facteur commun à 70 et 126

$$\frac{70}{126} = \frac{2 \times 5 \times 7}{2 \times 3 \times 3 \times 7} = \frac{5}{9} \quad \frac{70}{126} = \frac{2 \times 5 \times 7}{2 \times 3 \times 3 \times 7} = \frac{10}{18}$$

## NOMBRES&CALCULS NC12 5/4/3

En simplifiant par tous les facteurs communs au numérateur et au dénominateur on obtient

$$\text{une fraction irr\u00e9ductible : } \frac{70}{126} = \frac{2 \times 5 \times 7}{2 \times 3 \times 3 \times 7} = \frac{5}{9}$$

### 5. Application \u00e0 la recherche d'un multiple commun

**Probl\u00e8me :** Deux ampoules clignotent. L'une s'allume toutes les 153s et l'autre toutes les 187s. A minuit, elles s'allument ensemble.

**A quelle heure s'allumeront-elles \u00e0 nouveau ensemble ?**

On recherche donc un multiple commun \u00e0 153 et 187

$$153 = 3 \times 3 \times 17 \quad 187 = 11 \times 17$$

$$3 \times 3 \times 17 \times 11 = 153 \times 11 \quad \text{et } 3 \times 3 \times 17 \times 11 = 9 \times 187$$

$3 \times 3 \times 17 \times 11$  est donc un multiple commun \u00e0 153 et 187 (le plus petit)

1683 est donc le plus petit multiple commun \u00e0 153 et 187

$$1683 = 60 \times 28 + 3$$

Les deux ampoules clignoteront ensemble \u00e0 00h 28min 3s

### 6. Application \u00e0 la simplification d'une racine carr\u00e9e

La racine carr\u00e9e d'un nombre positif  $a$ , est le nombre positif  $b$  tel que  $b^2 = a$ .

On note  $\sqrt{a} = b$

Exemples :

$$\sqrt{169} = 13 \text{ car } 13^2 = 169$$

$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{100} = 10$
$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt{121} = 11$
$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{81} = 9$	$\sqrt{144} = 12$

Cons\u00e9quences

Soit  $x$  un nombre positif  $\sqrt{x^2} = x$  et  $(\sqrt{x})^2 = x$

Soient  $a$  et  $b$  des nombres positifs  $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

Exemples

$$\sqrt{7^2} = 7 \quad ; \quad (\sqrt{2} \times \sqrt{72} = \sqrt{2 \times 72} = \sqrt{144} = 12)$$

Simplification de  $\sqrt{126}$

$$\sqrt{126} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 7}$$

$$= \sqrt{3^2} \times \sqrt{2 \times 7}$$

$$= 3\sqrt{14}$$

$$\text{Ou } \sqrt{126} = \sqrt{9 \times 14}$$

$$= \sqrt{9} \times \sqrt{14}$$

$$= 3\sqrt{14}$$

## NOMBRES&CALCULS NC12

### 7. Pour aller plus loin....

- On dit que deux nombres premiers entre eux s'ils n'ont donc pas d'autre diviseur commun que 1.

Exemples :

126 et 70 ne sont pas premiers entre eux.

70 ( $= 2 \times 5 \times 7$ ) et 33 ( $= 3 \times 11$ ) n'ont pas d'autre diviseur commun que 1, ils sont donc premiers entre eux

*Remarque :*

Pour prouver que deux nombres ne sont pas premiers entre eux il suffit donc de trouver un diviseur commun ( ex : 2 123 996 et 12 ne sont pas premiers entre eux car ils sont tous les deux divisibles par 2)

Conséquences :

Si a et b sont deux nombres premiers entre eux alors  $\frac{a}{b}$  est une fraction irréductible.

- Plus Grand Diviseur commun

70 =  $2 \times 5 \times 7$  et 126 =  $2 \times 3 \times 3 \times 7$  14 est donc le plus grand diviseur commun à 126 et 70.

On dit que 14 est le PGCD de 70 et 126

## DECOUVRIR ET UTILISER LES NOMBRES PREMIERS

### 1. Nombres premiers

Un nombre est premier s'il n'est divisible .....

Les nombres premiers inférieurs à 30 sont : .....

26 n'est pas un nombre premier car .....

### 2. Décomposition en produit de facteurs premiers

70	2	126	2
35	5	63	3
7	7	21	3
1		7	7
		1	

On a donc  $70 = \dots\dots\dots$  et  $126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7 = \dots\dots\dots$

### 3. Nombres premiers jusqu'à 100

Les nombres premiers inférieurs à 100 sont : 2; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ;17 ;19 ;23 ; 29 ; .....

### 4. Application aux fractions

*Ecrire des fractions avec un même dénominateur*

Exemple  $\frac{11}{12}$  et  $\frac{7}{20}$

12 = ..... et 20 = .....

Pour trouver un multiple commun à 12 et 20, il suffit de :

- Multiplier 12 par .....
- Multiplier 20 par .....

$$\frac{11}{12} = \dots\dots\dots = \frac{55}{60} \qquad \frac{7}{20} = \dots\dots\dots = \frac{21}{60}$$

*Simplifier des fractions*

Exemple  $\frac{70}{126}$

La fraction est simplifiable par .....

$$\frac{70}{126} = \frac{2 \times 5 \times 7}{2 \times 3 \times 3 \times 7} = \dots\dots\dots \qquad \frac{70}{126} = \frac{2 \times 5 \times 7}{2 \times 3 \times 3 \times 7} = \dots\dots\dots$$

## NOMBRES&CALCULS NC12

En simplifiant par tous les facteurs communs au numérateur et au dénominateur on obtient

une fraction .....:  $\frac{70}{126} = \frac{2 \times 5 \times 7}{2 \times 3 \times 3 \times 7} = \dots\dots$

### 5. Application à la recherche d'un multiple commun

**Problème :** Deux ampoules clignotent. L'une s'allume toutes les 153s et l'autre toutes les 187s. A minuit, elles s'allument ensemble.

**A quelle heure s'allumeront-elles à nouveau ensemble ?**

On recherche donc un multiple commun à 153 et 187

$$153 = 3 \times 3 \times 17 \quad 187 = 11 \times 17$$

$$3 \times 3 \times 17 \times 11 = 153 \times 11 \quad \text{et} \quad 3 \times 3 \times 17 \times 11 = 9 \times 187$$

$3 \times 3 \times 17 \times 11$  est donc un multiple commun à 153 et 187 (le plus petit)

1683 est donc le plus petit multiple commun à 153 et 187

$$1683 = 60 \times 28 + 3$$

Les deux ampoules clignoteront ensemble à 00h 28min 3s

### 6. Application à la simplification d'une racine carrée

La **racine carrée** d'un nombre **positif** a, est le nombre **positif** b tel que .....

On note  $\sqrt{a} = b$

Exemples :

$$\sqrt{169} = 13 \text{ car } 13^2 = 169$$

$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{100} = 10$
$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{25} = \dots$	$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt{121} = \dots$
$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{81} = \dots$	$\sqrt{144} = \dots$

Conséquences

Soit x un nombre positif  $\sqrt{x^2} = \dots$  et  $(\sqrt{x})^2 = \dots$

Soient a et b des nombres positifs  $\sqrt{a \times b} = \dots$

Exemples  $\sqrt{7^2} = \dots$  ;  $(\sqrt{\frac{3}{7}})^2 = \dots$  ;  $\sqrt{2} \times \sqrt{72} = \dots = \dots$

Simplification de  $\sqrt{126}$

$$\sqrt{126} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 7}$$

$$= \sqrt{3^2} \times \sqrt{2 \times 7}$$

$$= 3 \sqrt{14}$$

$$\text{Ou } \sqrt{126} = \sqrt{9 \times 14}$$

$$= \sqrt{9} \times \sqrt{14}$$

$$= 3 \sqrt{14}$$

## NOMBRES&CALCULS NC12

### 7. Pour aller plus loin....

On dit que deux nombres premiers entre eux s'ils n'ont donc pas d'autre diviseur commun que 1.

Exemples :

126 et 70 ne sont pas premiers entre eux.

70 ( $= 2 \times 5 \times 7$ ) et 33 ( $= 3 \times 11$ ) n'ont pas d'autre diviseur commun que 1, ils sont donc premiers entre eux

*Remarque :*

Pour prouver que deux nombres ne sont pas premiers entre eux il suffit donc de trouver un diviseur commun ( ex : 2 123 996 et 12 ne sont pas premiers entre eux car ils sont tous les deux divisibles par 2)

Conséquences :

Si a et b sont deux nombres premiers entre eux alors  $\frac{a}{b}$  est une fraction irréductible.

$70 = 2 \times 5 \times 7$  et  $126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7$  14 est donc le plus grand diviseur commun à 126 et 70. On dit que 14 est le PGCD de 70 et 126