

UTILISER UNE TRANSLATION, UNE ROTATION, UNE HOMOTHETIE

1. Translation

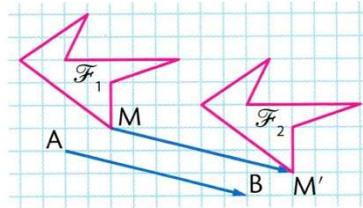
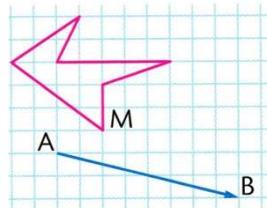
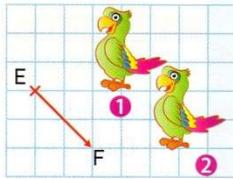
Définition

Soient A et B deux points distincts donnés.

Appliquer la translation qui transforme A en B, consiste à « faire glisser » la figure selon la direction de la droite (AB), dans le sens de A vers B et d'une longueur égale à AB.

Exemples

- La figure ② est l'image de la figure ① par la translation qui transforme E en F.



Autrement dit : l'image de M par la translation qui transforme A en B est le point M' tel que ABM'M soit un parallélogramme.

On dit aussi que M' est l'image de M par la translation de « vecteur \overrightarrow{AB} »

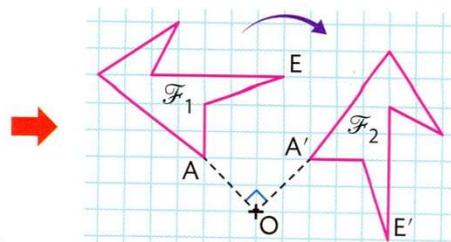
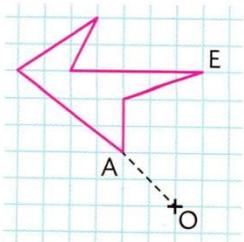
Propriétés

La translation conserve les angles, les longueurs et les aires ainsi que l'alignement des points. Elle transforme une droite en une droite parallèle.

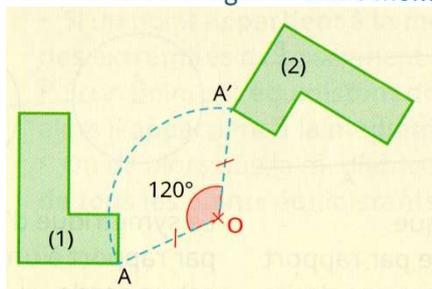
2. Rotation

Définition

Appliquer une rotation à une figure, consiste à « faire tourner » cette figure autour d'un point, appelé centre, avec un angle et un sens donné.



L'hexagone \mathcal{F}_2 est l'image de \mathcal{F}_1 par la rotation de centre O, d'angle 90° dans le sens des aiguilles d'une montre (ou sens horaire).



La figure (2) est l'image de la figure (1) par la rotation de centre O, d'angle 120° et de sens contraire aux aiguilles d'une montre.

Propriété :

La rotation conserve, les angles, les longueurs et les aires ainsi que l'alignement des points.

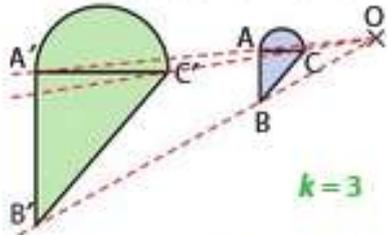
3. Homothétie

Transformer une figure par homothétie revient à agrandir ou réduire cette figure. Une homothétie est définie par :

- Un centre
- Un nombre non nul appelé rapport de l'homothétie

Exemple 1

On veut transformer la figure bleue par l'homothétie de centre O et de rapport 3. On fait glisser les points de la figure bleue le long des droites (OA), (OB) et (OC).

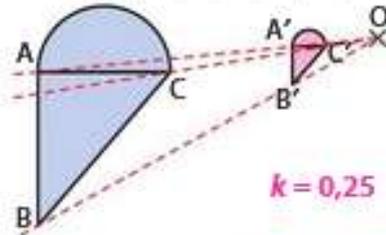


La figure verte est un agrandissement de rapport 3 de la figure bleue : toutes les longueurs sont multipliées par 3.

Lorsque $k > 1$, l'homothétie effectue un agrandissement de la figure.

Exemple 2

On veut transformer la figure bleue par l'homothétie de centre O et de rapport 0,25. On fait glisser les points de la figure bleue le long des droites (OA), (OB) et (OC).

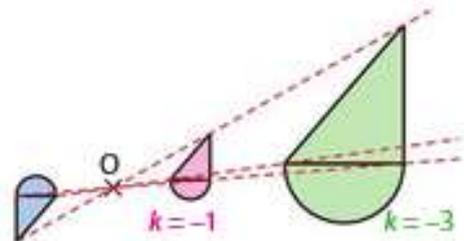


La figure rose est une réduction de rapport 0,25 de la figure bleue : toutes les longueurs sont multipliées par 0,25.

Lorsque $0 < k < 1$, l'homothétie effectue une réduction de la figure.

Exemple 3

Lorsqu'on fait glisser les points d'une figure de l'autre côté du centre de l'homothétie, la figure est « retournée » par rapport à ce centre. C'est le cas où le rapport de l'homothétie est négatif.



Définition

L'image du point A par l'homothétie de centre O et de rapport k ($k > 0$) est le point A' tel que :

- $A' \in [OA)$
- $OA' = k OA$

Propriétés

Dans une homothétie de rapport $k > 0$:

- L'alignement et les mesures des angles sont conservés.
- Les aires sont multipliées par k^2
- Les volumes sont multipliés par k^3

Exemple

Le rectangle $A'B'C'D'$ est l'image du rectangle $ABCD$ par l'homothétie de centre O et de rapport $k = 3$. $AB = 2$ cm donc $A'B' = 3 \times AB = 6$ cm.
 $S_{ABCD} = 2$ cm²
 donc $S_{A'B'C'D'} = 3^2 \times S_{ABCD} = 9 \times 2$ cm² = 18 cm².

